

Um esclarecimento a Hoffmann

A clarification to Hoffmann

ROBERT NICOL*

RESUMO: Esta é uma resposta ao comentário de Hoffmann (1985, edição 17 desta revista) num debate em curso sobre a redução da taxa de lucro em Ricardo.

PALAVRAS-CHAVE: David Ricardo; taxa de lucro.

ABSTRACT: This is a reply to the response of Hoffmann (1985, edition 17 of this journal) in an ongoing debate about the reduction of profit rate in Ricardo.

KEYWORDS: David Ricardo; profit rate.

JEL Classification: B12; D24.

Gostaria de tecer algumas considerações acerca do comentário de Hoffmann a um artigo meu sobre a taxa de lucro em Ricardo.

Concordo com Hoffmann acerca da inadequação de minha notação matemática para definir o limite de um processo que analisava.

Efetivamente, com o passar do tempo o denominador da expressão

$$\alpha = \frac{c_1}{c_1 - pa_0 e^{\sigma t}}$$

tende a se aproximar de zero, visto que inicialmente $c_1 > pa_0 e^{\sigma t}$, mas como c_1 é constante e o segundo termo aumenta continuamente com o passar do tempo, $c_1 - pa_0 e^{\sigma t}$ tenderia a zero, ocorrendo a igualdade entre c_1 e $pa_0 e^{\sigma t}$ num período de tempo finito e não para um t indeterminadamente “grande”.

Minha opção por colocar $\lim_{t \rightarrow \infty}$ em vez de $\lim_{pa_0 e^{\sigma t} \rightarrow c_1}$ é que queria dar ao leitor uma noção, a meu ver, mais adequada do que estava ocorrendo: isto é, que *com o passar do tempo* p tende a um limite. Aprecio a sugestão (correta) de Hoffmann, mas prefiro ficar com uma notação inadequada, mas que teria a vantagem de dar ao leitor uma noção do que estaria ocorrendo, isto é, que se trata de um processo que se desenvolve ao longo do tempo. Como, efetivamente, o uso de $\lim_{t \rightarrow \infty}$ pode dar margem a confusões, optaria pela seguinte notação (que Hoffmann me perdoe):

* Escola de Administração de Empresas de S. Paulo da Fundação Getúlio Vargas. São Paulo/SP, Brasil.

Lim $\alpha = \infty$
à medida que o
tempo passa

Quanto ao limite de β , gostaria de observar que não é necessário para que a demonstração seja válida que β tenda a 1 com o passar do tempo. Basta que β seja sempre diferente de zero. Efetivamente é isto o que ocorre visto que $c_2 > p b_0 e - \mu t$ e com o passar do tempo não há nenhuma possibilidade de β tender a zero. Assim sendo, o limite do segundo termo da expressão

$$\hat{p} = -\left(\frac{\alpha}{\alpha + \beta}\right)\sigma + \left(\frac{\beta}{\alpha + \beta}\right)\mu$$

seria $\lim_{\substack{\text{à medida que o} \\ \text{tempo passa}}} \mu \left(\frac{\beta}{\alpha + \beta}\right) = \text{zero}$ visto que com o passar do tempo α tende a ∞

Nestas circunstâncias, o que pretendia demonstrar é que à medida que o tempo passa $\hat{p}$ tende a $-\sigma$, ou seja

o que pelo que já foi demonstrado se reduz a

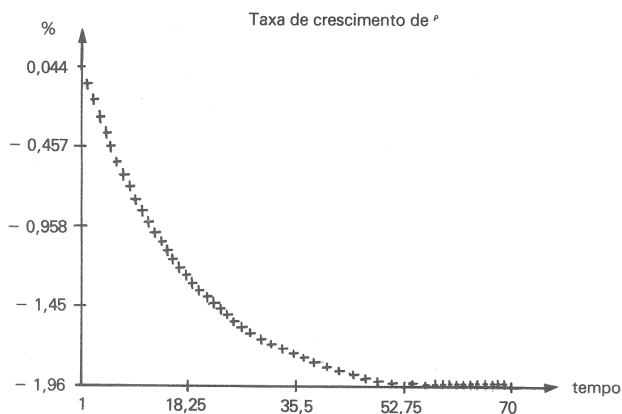
Lim $\hat{p} = -\sigma$
à medida que
o tempo passa

Ainda com relação ao item anterior, gostaria de lembrar a Hoffmann que o período de tempo que leva para a economia se inviabilizar não é aquele por ele apontado. A economia se inviabiliza quando p torna-se menor do que 1, e não quando a_1 torna-se igual a c_1 . Para vermos isto basta considerarmos o exemplo abaixo:

$$\begin{array}{lll} 5 \text{ unidades de trigo} & + & 10 \text{ tratores} \rightarrow 14 \text{ unidades de trigo} \\ (a_1) & & (b_1) \quad (c_1) \\ 2 \text{ unidades de trigo} & + & 5 \text{ tratores} \rightarrow 30 \text{ tratores} \\ (a_2) & & (b_2) \quad (c_2) \end{array}$$

Neste exemplo, para um aumento exponencial da produtividade do setor de tratores de 5% por unidade de tempo, e para um decréscimo na produtividade do setor de trigo de 2% por unidade de tempo, a economia se inviabiliza ($p \leq 1$) para $t \geq 50,955$. Para esse valor de t_1 $a_1 = 13,8535$ (menor do que o valor de $c_1 = 14$), e para este exemplo o denominador de a praticamente iguala a zero para $t = 215,35$, isto é a atinge um valor infinitamente grande para $t = 215,35$.

Reproduzo abaixo o gráfico da taxa de crescimento de ρ para $t \rightarrow \infty$



Uma última observação com relação à demonstração anteriormente apresentada. Esta continua sendo válida mesmo se admitirmos que a taxa de aumento de produtividade no setor de tratores não seja idêntica em termos dos insumos utilizados, isto é, que $\hat{a}_1$ não seja necessariamente igual a $\hat{b}_1$ e o mesmo para o caso da diminuição da produtividade no setor de trigo, isto é, que $\hat{a}$ não seja necessariamente igual a $\hat{b}_2$. Neste caso a expressão da pág. 59 passaria a ser:

$$\hat{\rho} = -\left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)\hat{a}_1 - \left(\frac{\beta}{\alpha+\beta}\right)\hat{b}_2 + \left(\frac{\hat{a}_1 - \hat{b}_1}{\alpha+\beta}\right) + \left(\frac{\hat{b}_2 - \hat{a}_2}{\alpha+\beta}\right)$$

o que ainda nos daria o resultado já obtido, isto é

$$\lim_{\text{à medida que o tempo passa}} \hat{\rho} = -\sigma$$

visto que o terceiro e o quarto termos da expressão acima tenderiam a zero, com o passar do tempo, em decorrência de os numeradores dos referidos termos tenderem, na melhor das hipóteses, a um valor infinitamente grande, mas num espaço de tempo também tendendo ao infinito, enquanto os denominadores tenderiam a um valor infinitamente grande num espaço de tempo finito.

Deixo de apresentar os resultados de uma simulação deste caso por não apresentar nenhuma novidade com relação à simulação já apresentada.

Finalmente, quanto à última observação de Hoffmann, qual seja, de que o modelo não precisa se limitar a 2 setores, concordo plenamente. De fato, Hoffman, seguindo Possas (1982), valendo-se do teorema de Perron-Frobenius, demonstra de forma muito elegante que para uma economia de n setores, a taxa de lucro tenderá a zero desde que qualquer a_{ij} cresça tendendo a 1. (No exemplo numérico acima $r = 0$ para $a_1 = 13,85$, o que equivale na notação de Hoffmann a um $au = 0,98$.)

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- HOFFMANN, Rodolfo (1985) “Comentários a respeito da nota de Robert Nicol sobre a tendência à queda da taxa de lucro em Ricardo”, *Revista de Economia Política*, vol. 5, n. 2, abril-junho de 1985.
- NICOL, Robert (1984) “A Taxa de Lucro em Ricardo”, *Revista de Economia Política*, vol. 4, n. 4, out./dez. 1984.
- POSSAS, Mário (1982) “Valor, Preço e Concorrência”, *Revista de Economia Política*, vol. 2, n. 4, out./dez., 1982.

