



“Max Planck e os Primórdios da Teoria Quântica” por Martin J. Klein – tradução e introdução

“Max Planck and the Beginnings of the Quantum Theory” by Martin J. Klein – translation and introduction

Cássio C. Laranjeiras^{*1}

¹Universidade de Brasília, Instituto de Física, Brasília, DF, Brasil.

Recebido em 02 de maio de 2025. Revisado em 09 de julho de 2025. Aceito em 16 de agosto de 2025.

Apresento aqui uma tradução e introdução ao artigo “Max Planck and the Beginnings of the Quantum Theory”, do físico e historiador da física Martin J. Klein (1924–2009), publicado originalmente em 1961 na revista *Archive for History of Exact Sciences*. Este artigo foi o primeiro de uma série de artigos inovadores de Klein, que apareceram sucessivamente na década de 1960, que enfocam, o que ele mesmo caracterizou, como “aspectos da história da física do século XX”. Neste ano de 2025 (Ano Internacional da Ciência e Tecnologia Quânticas), em que se comemora os 100 anos do desenvolvimento da mecânica quântica, tomando aqui 1925 como seu início formal, nos pareceu relevante disponibilizar em língua portuguesa – sobretudo para alunos de graduação e professores de história da física – a detalhada análise empreendida por Martin Klein sobre o contexto, as motivações e raciocínios de Planck em sua radical introdução dos “quanta” no final de 1900, um passo decisivo que lançou as bases para o nascimento da teoria quântica.

Palavras-chave: Max Planck, teoria quântica, Martin Klein, história da física.

I present a translation and introduction to the article “Max Planck and the Beginnings of the Quantum Theory” by physicist and historian of physics Martin J. Klein (1924–2009), originally published in 1961 in the *Archive for the History of Exact Sciences*. This article was the first in a series of groundbreaking papers that appeared throughout the 1960s, focusing on “aspects of the history of 20th-century physics,” as Klein himself described them. In this year of 2025 (the International Year of Quantum Science and Technology), which marks the 100th anniversary of the development of quantum mechanics-taking 1925 as its formal beginning – It seemed relevant to make available in the Portuguese language, especially for undergraduate students and teachers of the history of physics, the detailed analysis undertaken by Martin Klein on the context, motivations, and reasoning of Planck in his radical introduction of “quanta” at the end of 1900, a decisive step that laid the foundations for the birth of quantum theory.

Keywords: Max Planck, quantum theory, Martin Klein, history of physics.

1. Introdução

Duas grandes teorias revolucionárias mudaram o panorama da física nas primeiras décadas do século XX. De um lado a Teoria da Relatividade, e de outro, a Teoria Quântica. A Teoria da Relatividade (tanto a Especial, 1905, quanto a Geral, 1915) introduziu mudanças significativas em nossos conceitos de *espaço* e *tempo* (tradicionalmente pensados como entidades independentes) e legou-nos uma nova teoria da gravitação desde Isaac Newton (1642–1727) no final século XVII, quando da publicação dos seus *Principia* (1687). A Teoria da Relatividade teve na figura de Albert Einstein (1879–1955) a sua centralidade, embora saibamos que muitas foram as contribuições¹, sobretudo matemáticas, que

antecederam e sucederam o trabalho de Einstein de 1905, e foram fundamentais para que ele fizesse o que fez [1]. A Teoria Quântica, por outro lado, de forma muito mais explícita, reuniu o dedicado trabalho de vários grandes cientistas², entre eles, Max Planck (1858–1947), que, em 1900, utilizou a expressão “*parte elementar de energia*” (“*Teil ein Energieelement*”) como uma suposição de que a energia total dos osciladores de um corpo negro não era uma quantidade contínua, infinitamente divisível, mas uma grandeza discreta, composta de um número inteiro de partes finitas iguais [2]. Esta perspectiva estabeleceu um marco referencial para os primórdios da teoria

*Endereço de correspondência: cassio@unb.br

Editor-Chefe: Marcello Ferreira

¹ Hendrick Lorentz (1853–1928), Henri Poincaré (1854–1912), Herman Minkowski (1864–1909) e Max von Laue (1879–1960) são alguns dos cientistas que deram importantes contribuições.

² A lista é imensa, incluindo teóricos e experimentais, entre os quais, sem nenhum demérito aos outros cientistas que aqui não aparecem listados, podemos citar: Gustav Robert Kirchhoff (1824–1887), Ferdinand Kurlbaum (1857–1927), Heinrich Rubens (1863–1922), Wilhelm Wien (1864–1928), Ludwig Boltzmann (1844–1906), Albert Einstein (1879–1955), Niels Bohr (1858–1962), Erwin Schrödinger (1887–1961), Werner Heisenberg (1901–1976), Max Born (1882–1970), Pascual Jordan (1902–1980), Paul M. Dirac (1902–1984) e Louis de Broglie (1892–1987).

quântica. Posteriormente, Einstein (1905) introduziria o termo “*quanta de luz*” (“*Lichtquanten*”) para decrever porções elementares de energia na própria luz, tornando-o um conceito central da teoria quântica.

O local em que ocorreu essa introdução conceitual disruptiva na física foi a famosa Sociedade Alemã de Física, a Deutsche Physikalische Gesellschaft, também conhecida pela sua sigla DPG. Fundada em 1845 e considerada a mais antiga sociedade de física em atividade, ela desempenhou um papel central no desenvolvimento da física em finais do século XIX e início do século XX, exercendo forte influência na transição entre a física clássica e a física moderna. Era comum que ali, ideias novas fossem apresentadas, debatidas e aperfeiçoadas antes da sua publicação formal.

Dois foram os momentos que marcaram mais significativamente a apresentação das ideias de Planck à Sociedade Alemã de Física. O primeiro foi na sessão de 19 de outubro de 1900, em que cuja comunicação (*Über eine Verbesserung der Wien'schen Spectralgleichung* [Sobre um Aperfeiçoamento da Equação de Wien³ para o Espectro] [3])⁴ ele apresentou, através de uma fórmula preliminar, sua lei de distribuição espectral da radiação de corpo negro para todo o espectro normal. Nela, Planck equacionava e apontava, baseado em argumentos termodinâmicos e empíricos, caminhos para uma fundamentação adequada para a lei de distribuição de Wien proposta em 1896.

A segunda comunicação (*Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspectrum* [Sobre a Teoria da Lei de Distribuição de Energia no Espectro Normal] [4]), ocorrida dois meses depois, em 14 de dezembro do mesmo ano (1900), abordava um aspecto que interessava Planck mais de perto, a saber, a conexão entre termodinâmica e mecânica estatística, especialmente a relação entre entropia e probabilidade, segundo a formulação de Boltzmann em sua interpretação estatística da entropia ($S = K \ln W$). Foi nessa comunicação que Planck introduziu a expressão “*parte elementar de energia*”.

Embora as apresentações das ideias de Planck tenham ocorrido nas referidas sessões da Sociedade Alemã de Física, o artigo correspondente só foi publicado em março de 1901 (*Ueber das Gesetz der Energieverteilung im*

Normalspectrum [Sobre a Lei da Distribuição da Energia no Espectro Normal] [2])⁵ na revista *Annalen der Physik*, um periódico de prestígio associado àquela Sociedade. Neste artigo, a ideia de quantização foi aperfeiçoada, em relação a comunicação de 14 de dezembro de 1900, e cálculos mais precisos foram apresentados.

Os episódios são já bastante conhecidos da comunidade científica, mas alguns detalhes contextuais e conceituais ainda são desafios que somente uma investigação historiográfica detalhada é capaz de apontar. É aqui que o metódico e preciso trabalho do físico e historiador da física Martin J. Klein (1904–2009), juntamente com outros importantes historiadores da física, entra em cena. Segundo Klein,

Existem, é claro, muitas descrições sobre a origem da teoria quântica na literatura, mas quase todas são historicamente imprecisas, acrílicas e bastante enganosas, tanto em relação ao próprio trabalho de Planck quanto ao contexto em que foi realizado. [5, p. 459]

Klein considerava que pouca atenção havia sido dada ao estudo detalhado do raciocínio que levou Planck a radical introdução dos *quanta* de energia. Em seu *Max Planck and the Beginnings of the Quantum Theory* (1961), cuja versão em português aqui apresento, ele se baseia, além dos artigos originais de Planck, em relatos retrospectivos desse último sobre o seu próprio trabalho e em uma monografia de Léon Rosenfeld (1904–1974)⁶, que é quem fez o comunicado do seu artigo na revista *Archive for History of Exact Sciences*⁷.

Klein estudou física teórica no Instituto de Tecnologia de Massachusetts (MIT), onde obteve o Doutorado em 1948 sob a orientação de László Tisza (1907–2009)⁸, um especialista em mecânica quântica, termodinâmica e física estatística [6]. Após concluir seu Doutorado, Klein iniciou sua carreira como físico teórico, ingressando como professor no Departamento de Física do Case Institute of Technology (atual Universidade Case Western Reserve) em Cleveland, onde lecionou e pesquisou por 18 anos. Sua transição para a história da física começou ainda

³ Wilhelm Carl Werner Otto Fritz Franz Wien (1864–1928) foi um físico alemão que desenvolveu importantes estudos sobre radiação térmica e usou teorias do calor e eletromagnetismo para deduzir a chamada Lei de Distribuição de Wien.

⁴ Embora a apresentação tenha ocorrido em 19 de outubro de 1900, a publicação correspondente foi incluída na edição de dezembro de 1900 nas atas da Sociedade Alemã de Física (*Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft*). Uma tradução dessa comunicação para o Português, realizada por Nelson Studart, pode ser encontrada na Revista Brasileira de Ensino de Física, vol. 22, no. 4, p. 536, de dezembro de 2000. Vale observar ainda que esta comunicação de Planck se deu na forma de um longo comentário a comunicação de Ferdinand Kurlbaum (1857–1927), feita anteriormente nesta mesma sessão, onde o autor relatava resultados experimentais conseguidos por ele e seu colega Heinrich Rubens (1865–1922), que indicavam inadequações na distribuição de Wien. [5, p. 459]

⁵ Uma tradução desse artigo para o português, realizada por Ildeu de Castro Moreira, pode ser encontrada na Revista Brasileira de Ensino de Física, vol. 22, no. 4, p. 538, de dezembro de 2000.

⁶ O trabalho de Rosenfeld a que Klein se refere é *l'Evolution de la Theorie des Quanta*. *Osiris* 2, 149–196, 1936.

⁷ Léon Rosenfeld foi editor fundador do *Archive for History of Exact Sciences*, criado em 1960. Em seus primeiros anos, a revista tinha uma estrutura em que os artigos submetidos, algumas vezes, eram comunicados pelo editor, significando que ele reconhecia e endossava formalmente o mérito acadêmico da publicação. Portanto, “Communicated by” [“Comunicado por”] indica endosso acadêmico, não autoria. Rosenfeld tinha um forte interesse pelos fundamentos históricos e filosóficos da teoria quântica e incentivava e apoiava ativamente o trabalho acadêmico nessa área. Foi esse o caso do artigo de Klein.

⁸ László Tisza foi um físico húngaro que imigrou para os EUA fugindo de perseguições nazistas na Europa. Foi colega de importantes físicos de sua época como Eduard Teller (1908–2003), Lev Landau (1908–1968) e Fritz London (1900–1954).

neste período e se consolidou no final da década de 1950 e início dos anos 1960, quando passou a publicar seus primeiros trabalhos históricos sobre física, marcando o início de uma nova fase em sua carreira acadêmica.

Seus estudos sobre “aspectos da história da física do século XX” [6, apud p. 501], como que ele mesmo caracterizou, resultaram em uma série de artigos inovadores que apareceram sucessivamente na década de 1960, incluindo, além “Max Planck and the Beginnings of the Quantum Theory” (1961), “Planck, Entropy, and Quanta, 1901–1906” (1963), “Einstein’s First Paper on Quanta” (1963), “Einstein and the Wave Particle Duality” (1964), “Einstein, Specific Heats, and the Early Quantum Theory” (1965), “Thermodynamics and Quanta in Planck’s Work” (1966), and “Thermodynamics in Einstein’s Thought” (1967).

O núcleo central do artigo de Klein está na discussão de duas questões cruciais que, segundo ele, precisam ser respondidas para uma compreensão plena do trabalho de Planck, a saber:

1. Planck tinha conhecimento da lei de distribuição da radiação que Rayleigh⁹ havia derivado como uma consequência necessária da física clássica? [5, p. 459]
2. De que maneiras Planck se afastou dos métodos de Boltzmann¹⁰ em seu cálculo estatístico da entropia usando *quanta* de energia? [5, p. 460]

Com relação a primeira questão, é interessante observar como Klein se afasta da versão tradicional, representada pelo que se convencionou chamar “*catástrofe do ultravioleta*”¹¹ [7, 8], defendendo que não havia consciência de tal crise, visto que as implicações da física clássica para o problema eram desconhecidas [5, p. 459].

⁹ Lord Rayleigh foi o título de John William Strutt (1842–1919), um físico e matemático britânico, amplamente reconhecido como um dos cientistas mais importantes do final do século XIX e início do século XX. Ele foi professor de física experimental no Laboratório Cavendish de Cambridge (1879–1884), sucedendo J.C. Maxwell (1831–1879). Rayleigh havia proposto, no mesmo ano de 1900, uma lei de distribuição para descrever como a energia da radiação eletromagnética de um corpo negro se distribui em diferentes comprimentos de onda em função da temperatura.

¹⁰ Ludwig Eduard Boltzmann (1844–1906), um dos fundadores da mecânica estatística, foi um dos físicos teóricos mais importantes do século XIX, especialmente conhecido por suas contribuições decisivas para a termodinâmica e a teoria cinética dos gases.

¹¹ No final do século XIX haviam sido detectadas contradições entre as previsões teóricas da física clássica e os dados experimentais sobre a radiação emitida por um corpo negro. Buscava-se uma lei universal que descrevesse como essa radiação se distribuía entre os diferentes comprimentos de onda (ou frequências). Segundo a teoria clássica, especialmente a lei de Rayleigh-Jeans, a energia emitida por um corpo negro deveria crescer indefinidamente à medida que o comprimento de onda da radiação diminuísse (ou seja, na direção do ultravioleta e além). Isso implicava que a energia total emitida seria infinita, pois a contribuição das frequências altas não parava de crescer. No entanto, isso nunca havia sido observado experimentalmente. Essa dificuldade levou o físico e matemático austríaco Paul Ehrenfest (1880–1933) a introduzir, em 1911, o termo “*catástrofe do ultravioleta*”.

Quanto a segunda questão, Klein enfatiza a importância da influência de Boltzmann no trabalho de Planck, que era um discípulo de Clausius, e como tal, acreditava na validade absoluta da segunda lei da termodinâmica. Neste sentido, a interpretação estatística da entropia, defendida por Boltzmann, estava totalmente fora de cogitação. Posteriormente – após as críticas de Boltzmann [9], afirmando que, da mesma forma que as equações da mecânica, as equações da eletrodinâmica não poderiam produzir uma abordagem monotônica ao equilíbrio, fazendo-se necessário suplementá-las com suposições estatísticas – Planck incorporou tais suposições, introduzindo a chamada hipótese de *radiação natural* (*natürliche Strahlung*) [3], uma radiação que seria emitida por um sistema de osciladores eletromagnéticos que estivessem em equilíbrio térmico e cuja distribuição de energia obedecesse tanto a segunda lei da termodinâmica quanto o deslocamento do espectro em relação a temperatura.

Klein aborda ainda uma outra questão, que ele mesmo reconhecia “merecer um estudo mais aprofundado” [5, p. 460] e que diz respeito à recepção inicial do trabalho de Planck na comunidade científica. Afinal de contas, pergunta Klein: *Por que se passaram quase cinco anos até que a ousada solução de Planck para o problema da radiação fosse retomada mais seriamente?* [5, p. 460].

De fato, foi somente em 1905, com Einstein [10], que a ideia de “*partes elementares de energia*” de Planck foi retomada, agora na forma de “*quanta de luz*”, concebidos como unidades indivisíveis de energia localizadas em pontos do espaço (Raumpunkten lokalisierten Energiequanten). A ideia foi aplicada com sucesso por Einstein na explicação das leis empíricas do efeito fotoelétrico, ou seja, a emissão de elétrons de superfícies metálicas devido a incidência de luz violeta e ultravioleta. Segundo Stachel, “embora Einstein expressasse privadamente um sentimento de desconfiança a respeito da abordagem de Planck de 1901, até 1904 ele não mencionava Planck ou a radiação de corpo negro em seus trabalhos. Um estudo dos fundamentos da física estatística, que ele realizou entre 1902 e 1904, munuiu Einstein com as ferramentas de que ele precisava para analisar a dedução de Planck e para explorar suas consequências”. [11, p. 192]. Posteriormente, o experimento clássico de Arthur H. Compton (1892–1962) sobre o espalhamento de Raios-X pela matéria, realizado em 1922 e publicado em 1923 [12], confirmaria a natureza corpuscular da luz [13]. Com isso, a ideia de quantização de energia de Planck e de *quanta de luz* de Einstein se estabeleceu efetivamente na física (teórica e experimental)¹².

A partir de 1926, o termo *fóton* – principalmente atribuído ao físico-químico G. N. Lewis (1875–1946) em uma carta publicada na revista Nature, intitulada “The Conservation of Photons” [A Conservação dos

¹² Portanto, foram necessários pelo menos 17 anos, a contar de 1905, para que a hipótese dos *quanta de luz* de Einstein desse mostras efetivas de sua potencialidade.

Fótons] [14] – passou a ser utilizado como representação dos *quanta de luz*, ainda que o seu nascimento não tenha tomado como referência os “*Lichtquantum*” de Einstein. Nas palavras do próprio Lewis: “Portanto, tomo a liberdade de propor para este novo átomo hipotético, que não é a luz, mas desempenha um papel essencial em todo processo de radiação, o nome *fóton*” [14, p. 874]. Uma análise profunda do contexto experimental, teórico e institucional que levou à aceitação do fóton, com foco no papel decisivo do efeito Compton em 1923, sugiro a referência [15].

Klein apresenta duas explicações possíveis para esse desinteresse inicial no trabalho de Planck. De um lado, o fato de que “a teoria da radiação não era o foco principal de interesse da física” [5, p. 476] naquele momento (1900) e, de outro, o “tom intencionalmente boltzmanniano dos artigos de Planck” [5, p. 477]. Basta lembrar que, naquele período, Boltzmann estava recebendo fortes críticas dos “Energeticistas”¹³ e simpatizantes, sobretudo Wilhelm Ostwald (1853–1932), Ernst Mach (1838–1916) e Pierre Duhem (1861–1916), que se posicionavam contrários ao programa da teoria cinética dos gases e a perspectiva atomista da matéria, ambos defendidos por Boltzmann. Os energeticistas, rejeitando a necessidade de postular entidades microscópicas não observáveis (átomos e moléculas), argumentavam que a energia (grandeza mensurável) podia ser conservada e convertida de uma forma em outra, podendo explicar uma ampla gama de fenômenos físicos, incluindo a termodinâmica dos gases e a difusão molecular, enquanto a abordagem do programa cinético-molecular era considerada limitada em sua capacidade explicativa. O energeticismo perdeu força no início do século XX, sobretudo a partir dos estudos e evidências experimentais de Jean Perrin sobre o movimento browniano, que corroboraram (1870–1942) a existência dos átomos. Para maiores detalhes acerca da origem da perspectiva energética e da controvérsia travada com o programa cinético-molecular, sugiro as referências [16, 17] e [18].

Mas o desinteresse inicial, e até mesmo desconfiança da comunidade científica com relação ao trabalho de Planck não deve soar estranho, visto que até mesmo este último tinha reservas acerca da sua ideia de descontinuidade [7, 19].

Assim, neste ano de 2025 (Ano Internacional da Ciência e Tecnologia Quânticas), em que se comemora os 100 anos do desenvolvimento da mecânica quântica,

tomando aqui 1925 como seu início formal¹⁴, nos pareceu relevante disponibilizar em português – sobretudo para alunos de graduação e professores de história da física – a detalhada análise empreendida por Martin Klein sobre o contexto, as motivações e raciocínios de Planck em sua radical introdução da descontinuidade quântica no final de 1900, um passo decisivo que lançou as bases para o nascimento da teoria quântica.

Embora o artigo aqui apresentado não se seja, o que se considera em história da ciência, uma fonte primária nos estudos sobre teoria quântica, a relevância e densidade do trabalho historiográfico de Martin Klein, que se debruça detalhadamente sobre fontes primárias, justificariam (em nosso ponto de vista) a sua disponibilização para um público mais amplo, como é o caso das leitoras e dos leitores da Revista Brasileira de Ensino de Física (RBEF).

2. Tradução¹⁵

Max Planck e os Primórdios da Teoria Quântica
Martin J. Klein
 Comunicado por L. Rosenfeld

1. Introdução

Em 14 de dezembro de 1900, Max Planck apresentou sua dedução da lei de distribuição da radiação do corpo negro à Sociedade Alemã de Física, e o conceito de quanta de energia fez sua primeira aparição na física. Considerando as enormes consequências que a teoria quântica teve, é surpreendente que tão pouca atenção tenha sido dedicada ao estudo detalhado do raciocínio que levou Planck ao primeiro passo radical de introduzir os quanta. Existem, é claro, muitas descrições sobre a origem da teoria quântica na literatura, mas quase todas são historicamente imprecisas, acrílicas e bastante enganosas tanto em relação ao próprio trabalho de Planck quanto ao contexto em que foi realizado. Felizmente, temos os relatos retrospectivos de Planck¹⁶, que oferecem uma visão clara e coerente de sua própria

¹³ Trata-se de um movimento na física e na filosofia da ciência, ativo principalmente entre o final do século XIX e o início do século XX, que defendia que *energia* – considerada a entidade primária e fundamental da natureza – e não *matéria*, deveria ser o conceito fundamental da física. A matéria era vista como uma manifestação secundária ou uma configuração particular da energia. Sob este fundamento, defendiam que todos os fenômenos físicos poderiam ser explicados pelas leis da termodinâmica, sem a necessidade de recorrer à hipótese de átomos ou constituintes microscópicos da matéria, considerados hipóteses metafísicas sem valor científico.

¹⁴ Embora a origem histórica da Mecânica Quântica remonte ao ano de 1900, com a hipótese de descontinuidade quântica de Max Planck, seu estabelecimento formal, como a conhecemos modernamente, está associado ao ano de 1925, principalmente pelos trabalhos de Werner Heisenberg (1901–1976), Max Born (1882–1970) e Pascual Jordan (1902–1980).

¹⁵ Para facilitar a leitura e consulta das referências utilizadas efetivamente pelo autor, optei por colocá-las como notas de rodapé ao texto principal, indicando as minhas observações como notas do tradutor (N.T.).

¹⁶ Existem três desses relatos retrospectivos: (a) Planck’s Nobel Prize Lecture: Die Entstehung und bisherige Entwicklung der Quantentheorie (Leipzig 1920); Tradução inglesa em Planck’s: A Survey of Physics (New York n.d.); (b) Naturwissenschaften 31, 153–7159 (1943); (c) Wissenschaftliche Selbstbiographie (Leipzig, 1948); Tradução inglesa em Planck’s Scientific Autobiography (New York, 1949). – Todos os três estão impressos em Max Planck: Physikalische Abhandlungen und Vorträge, Bd. III. Braunschweig 1958. Esta coleção será referida em todo o texto como: Phys. Abh.

perspectiva sobre o desenvolvimento da teoria, e há também uma excelente monografia de Rosenfeld¹⁷ – pouco conhecida – sobre os primeiros anos da teoria quântica, que apresenta o trabalho de Planck em seu devido contexto histórico.

Parece-me que ainda há duas questões cruciais, e não inteiramente independentes entre si, que precisam ser respondidas se quisermos compreender plenamente a natureza do passo decisivo de Planck e até que ponto ele representou uma ruptura real com o pensamento anterior. A primeira é, de fato, uma questão histórica: *Planck tinha conhecimento da lei de distribuição da radiação que Rayleigh havia derivado como uma consequência necessária da física clássica?* A maioria dos autores responde afirmativamente a essa pergunta e descreve a introdução dos quanta por Planck como sua resposta ao desafio da “crise” provocada pela discordância entre a teoria clássica e os resultados experimentais, e pelo fracasso interno da teoria clássica, expresso na chamada “catástrofe do ultravioleta”. Na realidade, não existia tal crise – ou talvez se deva dizer que não havia consciência de tal crise. Todo o trabalho sobre a radiação do corpo negro anterior ao verão de 1900 foi realizado sem o benefício do conhecimento de quais eram, de fato, as implicações da física clássica para esse problema. Foi apenas em junho de 1900 que Lord Rayleigh publicou uma nota de duas páginas em que a lei clássica de distribuição foi primeiramente derivada, e as implicações muito sérias desse artigo de Rayleigh não foram percebidas, em geral, por bastante tempo. Planck não faz qualquer referência à nota de Rayleigh em seus próprios artigos de 1900 e 1901, nem o menciona em seus relatos sobre as origens da teoria quântica publicados muitos anos depois. No entanto, parece provável que Planck conhecesse o trabalho de Rayleigh, mas que não lhe tenha atribuído mais importância do que a outros artigos publicados na mesma época, nos quais foram feitas tentativas mais ou menos *ad hoc* de encontrar uma equação que descrevesse os resultados experimentais. As possíveis razões para a negligência de Planck em relação ao que hoje parece ser a contribuição criticamente importante de Rayleigh devem ser buscadas no contexto intelectual de Planck, em sua forma particular de abordar o problema da radiação e também na maneira como Rayleigh comunicou seus resultados.

A segunda questão que considero crucial diz respeito ao método que Planck realmente utilizou na dedução da lei de distribuição: *De que maneiras Planck se afastou dos métodos de Boltzmann em seu cálculo estatístico da entropia usando quanta de energia?* O próprio Planck, tanto em seus artigos originais quanto em seus relatos posteriores, considerava que estava utilizando a abordagem de Boltzmann de forma bastante direta, sendo a discretização da energia a única inovação.

Rosenfeld¹⁸, no entanto, descreve o cálculo de entropia de Planck como uma “heresia pura” do ponto de vista da física clássica boltzmanniana. De fato, Planck se desviou do método de Boltzmann em vários aspectos, e foram necessários alguns anos até que as implicações completas desses desvios fossem compreendidas. Nunca foi devidamente destacado, contudo, o quanto Planck foi influenciado, em sua dedução, pelo artigo de Boltzmann que lhe serviu de principal guia em um campo de ideias que até o outono de 1900 lhe era bastante estranho.

A discussão dessas duas questões é o tema principal do presente artigo. Essa discussão requer uma breve retomada do contexto e dos antecedentes do trabalho de Planck, o que será feito na próxima seção. A seção final trata brevemente de outro problema que merece estudo mais aprofundado: por que se passaram quase cinco anos até que a ousada solução de Planck para o problema da radiação fosse retomada mais seriamente?

2. Contexto

Em 1897, quando Planck voltou sua atenção para o problema da radiação do corpo negro, ele estava com quase quarenta anos de idade, e sua carreira científica havia sido dedicada principalmente a esclarecer o significado da segunda lei da termodinâmica e a explorar suas consequências. O que atraiu a atenção de Planck para o problema da radiação foi o caráter universal da lei de distribuição, exigido pelo teorema de Kirchhoff. Este último¹⁹, e independentemente Balfour Stewart²⁰, haviam demonstrado que a natureza da radiação em equilíbrio térmico dentro de uma cavidade cujas paredes são mantidas a uma temperatura constante é totalmente independente das propriedades de quaisquer corpos materiais, incluindo as próprias paredes, que estejam em equilíbrio com a radiação. Então, a distribuição espectral da radiação “*representa algo absoluto, e como eu sempre considerei a busca pelo absoluto como o objetivo mais elevado de toda atividade científica, lancei-me ao trabalho com entusiasmo*”²¹.

Várias propriedades da função universal da temperatura e da frequência, que descreve essa distribuição espectral em equilíbrio, já haviam sido estabelecidas durante as duas décadas anteriores. Para formulá-las, é conveniente introduzir a função em questão como $g(\nu, T)$, onde $g(\nu, T) d\nu$ é a energia por unidade de volume na radiação térmica, a uma temperatura absoluta T , que se encontra no intervalo de frequência de

¹⁷ Rosenfeld, L.: La premiere phase de l'Evolution de la Theorie des Quanta. *Osiris* 2, 149–196 (1936).

¹⁸ Rosenfeld, L.: Max Planck et la définition statistique de l'entropie in *Max-Planck-Festschrift 1958* (Berlin, 1958), pp. 203–211.

¹⁹ Ver E.T. Whittaker, *A History of the Theories of Aether and Electricity* (London, 1951), vol. 1, p. 371.

²⁰ N.T.: Balfour Stewart (1828–1887) foi um físico e meteorologista escocês que desenvolveu importantes estudos sobre radiação térmica, tendo sido laureado com a Medalha Rumford pela Royal Society em 1868.

²¹ Planck, M.: Ref. 1 (c) [Nota de rodapé no.16(c) nesta tradução]. Tradução inglesa, pp. 34–35.

ν a $\nu + d\nu$. Stefan²² descobriu experimentalmente, em 1879, que a densidade total de energia, integrada sobre todas as frequências, é proporcional à quarta potência da temperatura; assim, a função $\varrho(\nu, T)$ satisfaz a equação

$$\int_0^\infty \varrho(\nu, T) d\nu = \sigma T^4, \quad (1)$$

onde σ é uma constante.

Esse resultado experimental de Stefan foi derivado teoricamente em 1884 por Boltzmann²³, que aplicou a segunda lei da termodinâmica à radiação, tratando-a como um gás cuja pressão era a pressão de radiação da teoria eletromagnética de Maxwell. Em 1893, Wien²⁴ tirou outra conclusão a partir da segunda lei da termodinâmica, que impunha uma limitação significativa à função de distribuição de energia $\varrho(\nu, T)$. Essa lei do deslocamento de Wien exige que $\varrho(\nu, T)$ tenha a forma

$$\varrho(\nu, T) = \nu^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right), \quad (2)$$

onde $f\left(\frac{\nu}{T}\right)$ depende unicamente da razão entre frequência e temperatura²⁵.

Além das duas leis expressas nas Eqs.(1) e (2), havia um outro resultado importante conhecido por Planck quando ele iniciou seu trabalho sobre o problema da radiação. Trata-se da lei de distribuição proposta por Wien²⁶ em 1896, que forneceu uma forma explícita para a função $\varrho(\nu, T)$ ou a função $f(\nu/T)$:

$$\varrho(\nu, T) = \alpha \nu^3 \exp\left(-\beta \frac{\nu}{T}\right) \quad (3)$$

onde α e β são constantes.

Wien havia apresentado um argumento teórico em favor da correção da Eq. (3), mas, como escreveu Rayleigh²⁷: “*Do ponto de vista teórico, o resultado me parece pouco mais do que uma conjectura.*” O aspecto importante da distribuição de Wien no final da década de 1890 não era a derivação feita por Wien, mas sim o fato de que ela fornecia uma descrição adequada de todos os resultados experimentais então disponíveis sobre a distribuição de energia na radiação de corpo negro. Parecia razoável supor que uma teoria fundamental da radiação, como a que Planck se propunha a desenvolver, teria que concluir com uma fundamentação adequada para a lei de distribuição de Wien, caso quisesse estar de acordo com os experimentos.

²² Stefan, J.: Wien.Ber. 79, 391 (1879).

²³ Boltzmann, L.: Wied. Annalen 22, 291 (1884). Ver também M. Planck, The Theory of Heat Radiation (Reimpresso em New York, 1959), Capítulo 2.

²⁴ Wien, W.: Wied, Annalen 58, 662 (1896).

²⁵ Vale a pena notar que a lei de deslocamento de Wien implica a lei de Stefan-Boltzmann, já que $\int_0^\infty \varrho(\nu, T) d\nu = \int_0^\infty \nu^3 f(\nu/T) d\nu = T^4 \int_0^\infty x^3 f(x) dx$, e a última integral, se existir, é apenas um número puro.

²⁶ Wien, W.: Wied Annalen 58, 662 (1896).

²⁷ Lord Rayleigh: Phil. Mag. 49, 539 (1900). Reimpressos em Scientific Papers (Cambridge, 1903), vol. IV, pp. 483–485.

No primeiro²⁸ de uma série de cinco artigos que Planck apresentou à Academia Prussiana de Ciências entre os anos de 1897 e 1899, ele expôs seu programa para uma teoria da radiação. Esse programa surgiu naturalmente de seu trabalho anterior em termodinâmica, já que seu objetivo era encontrar uma base na eletrodinâmica para a aproximação irreversível da radiação ao equilíbrio. Sua ideia era que o sistema conservativo, composto pela radiação eletromagnética em um recipiente fechado interagindo com um conjunto de osciladores harmônicos, poderia ser demonstrado como tendendo a um estado de equilíbrio, sem a necessidade de qualquer suposição além das leis do eletromagnetismo. Para Planck, tal demonstração completaria a compreensão da segunda lei da termodinâmica. Planck acreditava ter identificado o mecanismo básico para o comportamento irreversível do sistema na forma como um dipolo oscilante emite energia eletromagnética como uma onda esférica, alterando o caráter da radiação que incide sobre ele de maneira aparentemente irreversível.

O avanço direto de Planck nessa linha de pensamento foi prontamente interrompido por críticas de Boltzmann²⁹. Boltzmann, melhor do que qualquer outro, estava em posição de identificar a falha no raciocínio de Planck, já que havia se dedicado por muitos anos à natureza da irreversibilidade e conhecia, por experiência amarga, as sutilezas e dificuldades que impediam a compreensão desse conceito tão evasivo. Apenas alguns meses antes, ele tivera que defender e reformular suas ideias sobre a origem essencialmente estatística da irreversibilidade, em resposta a um ataque lançado por Zermelo, um aluno de Planck. As respostas de Boltzmann a Zermelo aparentemente ainda não haviam sido plenamente compreendidas por Planck, pois, nesse mesmo artigo, ele fazia referência de forma positiva ao trabalho de Zermelo e colocava em dúvida o sucesso da explicação da irreversibilidade pela teoria cinética. Essa situação certamente não fez Boltzmann hesitar em apontar a Planck que nada nas equações do eletromagnetismo excluía os processos inversos àqueles que Planck havia considerado, de modo que as leis do eletromagnetismo, por si sós, não determinavam a aproximação irreversível da radiação ao equilíbrio, assim como as leis da mecânica, sozinhas, não determinavam a aproximação irreversível de um gás ao equilíbrio. Eram necessárias suposições adicionais – suposições estatísticas sobre o caráter desordenado do estado inicial, como Boltzmann havia feito na teoria dos gases. Então, disse Boltzmann, seria possível deduzir um teorema para a radiação que fosse análogo à segunda lei e que desempenhasse o papel de seu teorema-H na teoria cinética dos gases. Planck acabou, embora não imediatamente, aceitando a crítica de Boltzmann como válida e formulou uma suposição de “radiação natural” que assegurava a irreversibilidade,

²⁸ Planck, M.: S.-B. Preuss. Akad. Wiss. (1897), 57; – Phys. Abh. Bd. I, S. 493.

²⁹ Boltzmann, L.: S.-B. Preuss. Akad. Wiss. (1897), 660, 1016.

assim como a suposição de “caos molecular” de Boltzmann havia feito na teoria cinética.

Nas investigações subsequentes de Planck, ele continuou a tratar da interação entre a radiação e os dipolos oscilantes. Os osciladores harmônicos foram escolhidos, não porque se acreditasse que fossem um modelo realista para a matéria, mas sim porque o teorema de Kirchhoff afirmava que a distribuição de radiação em equilíbrio era independente do sistema com o qual a radiação interagia, e os osciladores eram os mais simples de tratar. Um resultado importante desse trabalho foi a demonstração de um teorema³⁰ que relacionava a distribuição espectral $\varrho(\nu, T)$ com a energia média $\bar{u}_\nu(T)$ de um oscilador harmônico de frequência ν . Esse teorema, que foi derivado igualando as taxas de emissão e absorção do oscilador em equilíbrio, tinha a forma

$$\varrho(\nu, T) = \left(\frac{8\pi\nu^2}{c^3} \right) \bar{u}_\nu(T), \quad (4)$$

onde c é a velocidade da luz.

É evidente pela Eq. (4) que Planck precisava apenas determinar $\bar{u}_\nu(T)$, a energia média de um oscilador harmônico à temperatura T , para obter a forma explícita da lei de distribuição. Surpreendentemente, embora a mecânica estatística clássica fornecesse uma resposta “bem conhecida” e simples para $\bar{u}_\nu(T)$ a partir do teorema da equipartição, Planck não fez uso dela, nem indicou, naquela época ou posteriormente, que tivesse consciência de sua existência. (Esse ponto será discutido novamente na seção seguinte.) Em vez disso, Planck adotou aquilo que mais tarde chamou de uma abordagem “termodinâmica”, buscando uma relação apropriada entre a energia e a entropia do oscilador, em vez de uma relação entre a energia e a temperatura. Essa relação foi introduzida, no quinto e último artigo³¹ da série em discussão, por meio de uma definição:

$$S = -\frac{u}{\beta\nu} \ln \left(\frac{u}{a e \nu} \right), \quad (5)$$

onde S é a entropia do oscilador, u é sua energia [anteriormente chamada $\bar{u}_\nu(T)$], β e a são constantes e e é a base dos logaritmos naturais. No artigo original, Planck não justificou essa definição ao introduzi-la, mas, a partir da discussão que faz mais adiante nesse mesmo artigo e também de suas revisões posteriores desse trabalho, parece muito provável que ele tenha sido guiado pela forma da lei de distribuição de Wien, Eq. 3³².

³⁰ Planck, M.: S.-B. Preuss. Akad. Wiss. (1899), 440; – Phys. Abh. Bd. I, S. 560. Especialmente S. 575–581. – O teorema na forma citada no texto aparece em Bd. I, S. 724.

³¹ Planck, M.: S.-B. Preuss. Akad. Wiss. (1899), 440; – Phys. Abh. Bd. I, S. 560. Especialmente S. 575–581. – O teorema na forma citada no texto aparece em Bd. I, S. 724.

³² A partir das Eqs. (3) e (4), segue-se que $u = \left(\frac{\alpha c^3}{8\pi} \right) \nu \exp \left(-\beta \frac{\nu}{T} \right)$. A partir desse último resultado, pode-se resolver para $T^{-1} = -\frac{1}{\beta\nu} \ln \left(\frac{8\pi}{\alpha c^3} \cdot \frac{u}{\nu} \right)$. Mas como $T^{-1} = \frac{\partial S}{\partial u}$, é possível integrar para obter S como uma função de u exatamente na forma da Eq. (5), com a igual a $\frac{\alpha c^3}{8\pi}$.

Com a entropia de um oscilador definida pela Eq. (5), Planck pôde então determinar a entropia da radiação em equilíbrio com ele e prosseguir para demonstrar que a entropia total era uma função monotonicamente crescente do tempo, exatamente a propriedade exigida da entropia pela segunda lei. O fato de Planck também poder demonstrar que a distribuição de equilíbrio era a lei de Wien da Eq. 3 não é surpreendente, já que esse resultado decorria inevitavelmente de sua escolha da expressão para a entropia dada pela Eq. (5), como já indicado. Planck escreveu que ficou impressionado com a simplicidade da relação expressa na Eq. (5) e, particularmente, pelo fato de que $\frac{\partial^2 S}{\partial u^2}$, que entrava diretamente em seu cálculo, era simplesmente proporcional a menos u^{-1} . Ele estava, no entanto, ciente de que sua escolha de uma expressão particular para a entropia como função da energia determinava a lei de distribuição resultante, e apresentou argumentos que pareciam tornar essa escolha unicamente determinada pelos requisitos de consistência com a lei do deslocamento e com a segunda lei da termodinâmica. Sua conclusão foi expressa na seguinte frase³³: “*Acredito, portanto, que se deve concluir que a definição dada para a entropia da radiação, e também a lei de distribuição de Wien para a energia que a acompanha, são uma consequência necessária da aplicação do princípio do aumento da entropia à teoria eletromagnética da radiação, e que os limites de validade dessa lei, caso existam, coincidem, portanto, com os da segunda lei da termodinâmica. Por essa razão, testes experimentais adicionais dessa lei naturalmente adquirem um interesse fundamental ainda maior.*”

Esses argumentos e observações foram apresentados em um artigo submetido à Academia em 18 de maio de 1899 e foram repetidos literalmente no artigo de Planck³⁴ publicado na *Annalen der Physik*, que resumia a série de cinco artigos apresentados à Academia. O artigo da *Annalen* foi recebido pelos editores em 7 de novembro de 1899 e foi publicado no início de 1900. Quando Planck corrigiu as provas desse artigo, os “novos testes experimentais”, que ele havia solicitado, já estavam em andamento. Os resultados desses testes, que já haviam sido publicados, levaram-no a adicionar uma nota nas provas mencionando que haviam sido observadas divergências experimentais em relação à distribuição de Wien. Como Planck já havia indicado, desvios da lei de Wien representavam um problema sério para sua teoria, e ele passou a reconsiderar seus argumentos com mais profundidade. Em um artigo recebido pelos editores da *Annalen* em 22 de março de 1900, ele relatou suas novas considerações. A situação experimental ainda não era clara, já que as medições mais recentes de Paschen apoiavam a lei de Wien, mas o trabalho de Lummer e

³³ Planck, M.: Phys. Abh. Bd. I, S. 597

³⁴ Planck, M.: Ann. Phys. 1, 69 (1900); – Phys. Abh., Bd. I, S. 614.

Pringsheim³⁵, que se estendia a comprimentos de onda maiores, indicava desvios significativos. Uma nova lei de distribuição havia sido proposta por Thiesen³⁶ (independentemente do trabalho de Lummer e Pringsheim), que foi construída para se ajustar aos dados e, ao mesmo tempo, ser consistente com a lei de Stefan-Boltzmann e a lei do deslocamento. A revisão que Planck fez das suposições e do raciocínio em seus trabalhos anteriores levou-o a propor novos argumentos, desta vez tentando derivar a forma que anteriormente havia assumido para a relação entre energia e entropia. Planck descobriu, no entanto, que, para satisfazer a segunda lei da termodinâmica, ou seja, para que a entropia aumentasse monotonicamente com o tempo, bastava que $\frac{\partial^2 S}{\partial u^2}$ fosse qualquer função negativa da energia u ; a forma específica $-\left(\frac{g(\nu)}{u}\right)$, que era equivalente à lei de Wien, não era uma necessidade termodinâmica. Mesmo assim, Planck concluiu que a lei de distribuição de Wien ainda poderia ser deduzida, se ele fizesse uma suposição bastante plausível sobre a dependência funcional da derivada temporal da entropia. Mais uma vez, ele concluiu seus argumentos com a distribuição de Wien, ainda que esta não tivesse o pleno respaldo do raciocínio termodinâmico.

Em outubro de 1900, no entanto, o panorama experimental havia mudado consideravelmente. O trabalho extremamente cuidadoso de Rubens e Kurlbaum com ondas longas, realizado em uma ampla faixa de temperaturas, demonstrou de forma inequívoca que a lei de distribuição de Wien era inadequada. Essas novas medições também indicaram claramente que, para comprimentos de onda muito longos, a função distribuição $\varrho(\nu, T)$ se aproximava de uma forma bastante diferente, tornando-se proporcional à temperatura absoluta T . Planck foi informado³⁷ desses resultados por Rubens e Kurlbaum vários dias antes de eles serem apresentados à Sociedade Física Alemã, em 19 de outubro de 1900, de modo que teve a oportunidade de refletir sobre os dados e preparar um comentário extenso para a discussão após a apresentação do artigo por Kurlbaum³⁸. Esse “comentário de discussão” foi dedicado a *Uma Melhoria da Distribuição de Wien*³⁹, sendo essa melhoria uma nova lei de distribuição, hoje universalmente conhecida como a lei de distribuição de Planck. Os argumentos a favor dessa nova lei de distribuição e a discussão de seus resultados imediatos pertencem, propriamente, à próxima etapa da nossa análise.

3. Rayleigh, Planck e a Equipartição

O problema de Planck agora era determinar uma lei de distribuição que fosse consistente tanto com os

resultados positivos de seu próprio trabalho quanto com os novos achados experimentais de Rubens e Kurlbaum. Como a quantidade $\frac{\partial^2 S}{\partial u^2}$ havia desempenhado um papel central em sua análise anterior sobre o aumento da entropia com o tempo, era natural que Planck centrasse sua atenção na forma dessa função. Já vimos que o recíproco negativo $\frac{\partial^2 S}{\partial u^2}$ de é simplesmente proporcional a u quando a distribuição de Wien é válida. A próxima possibilidade mais simples é tomar $\frac{\partial^2 S}{\partial u^2}$, ou melhor, seu recíproco negativo, proporcional a u^2 . É fácil ver que, ao fazer isso, u , e portanto $\varrho(\nu, T)$, serão proporcionais a T , exatamente como Rubens e Kurlbaum haviam observado no limite de comprimentos de onda longos. As formas corretas no limite para frequências baixas e altas poderiam então ser preservadas tomando $-(\frac{\partial^2 S}{\partial u^2})^{-1}$ proporcional a $u(\gamma + u)$, onde γ é uma constante dependente da frequência. Com base nesses argumentos – simplicidade e comportamento adequado nos limites – Planck propôs a lei de distribuição

$$\varrho(\nu, T) = \frac{A\nu^3}{\exp\left(\frac{B\nu}{T}\right) - 1} \quad (6)$$

onde A e B são constantes. Esta é a lei que resulta da suposição mencionada anteriormente para $\frac{\partial^2 S}{\partial u^2}$, sendo a dependência da frequência determinada pela lei do deslocamento juntamente com a Eq. (4)⁴⁰.

A adequação da lei de distribuição proposta por Planck foi confirmada imediatamente: Como ele descreveu mais tarde,

Na manhã seguinte, recebi a visita do meu colega Rubens. Ele veio me contar que, após o encerramento da reunião, havia verificado naquela mesma noite a minha fórmula com os resultados de suas medições e encontrou uma concordância satisfatória em todos os pontos... Medições posteriores também confirmaram repetidamente minha fórmula da radiação – quanto mais precisos os métodos de medição utilizados, mais exata se mostrava a fórmula.⁴¹

Um dos pontos-chave na determinação da escolha da fórmula de distribuição por Planck foi o fato de que ela concordava com os resultados experimentais ao ser proporcional a T no limite de frequências pequenas ν . A fórmula de Planck não foi a primeira na literatura a

³⁵ Lummer, O., & E. Pringsheim: Verb. Deutsch. Physik. Ges. 1, 215 (1899).

³⁶ Thiesen, M.: Verh. dtsch. Physik. Ges. 2, 37 (1900).

³⁷ Ver referencia 1(b) [Nota de rodapé no.16b nesta tradução]. Planck, M.: Phys. Abh., Bd. III, S. 262.

³⁸ Ver Planck, M.: Phys. Abh., Bd. III, S. 404.

³⁹ Planck, M.: Verh. Deutsch. Physik. Ges. 2, 202 (1900); – Phys. Abh., Bd.I, S. 687.

⁴⁰ Tomando $\frac{\partial^2 S}{\partial u^2}$ proporcional a $-[u(\gamma + u)]^{-1}$, pode-se integrar para encontrar $\frac{\partial S}{\partial u}$ como uma função de u . Essa quantidade, $\frac{\partial S}{\partial u}$, é, no entanto, igual a T^{-1} pela segunda lei, de modo que se obtém facilmente u na forma de $d_1 \left[\exp\left(\frac{d_2}{T}\right) - 1 \right]^{-1}$, onde d_1 e d_2 são constantes (dependentes da frequência). Usando a Eq. (4), segue-se que $\varrho(\nu, T) = \left(\frac{8\pi d_1}{c^3}\right) \nu^2 \left[\exp\left(\frac{d_2}{T}\right) - 1 \right]^{-1}$, de modo que d_1 e d_2 devem ser ambos proporcionais a ν para satisfazer a lei do deslocamento; ou seja, a Eq. (6) deve ser válida.

⁴¹ Planck, M.: Ref. 1(c) [Nota de rodapé no.16(c) nesta tradução]. Tradução inglesa p. 40. Phys. Abh., Bd: III, S. 394.

apresentar essa propriedade, e ele mencionou em uma nota de rodapé uma fórmula empírica proposta por Lummer e Jahnke⁴² que possuía a mesma característica. No entanto, ele não fez referência a outro artigo no qual uma lei de distribuição proporcional a T para grandes comprimentos de onda não apenas foi proposta, mas também relacionada aos princípios fundamentais da mecânica estatística: o artigo de Lord Rayleigh⁴³.

Rayleigh havia publicado uma breve nota na edição de junho de 1900 da *Philosophical Magazine*, sob o título “*Remarks upon the Law of Complete Radiation*” [Observações sobre a Lei da Radiação Completa]⁴⁴. Em apenas duas páginas, ele mostrou que, se o teorema da equipartição da mecânica estatística pudesse ser aplicado aos “*modos de vibração etérea*”, então a lei de distribuição para a radiação de corpo negro seria determinada de forma única, assumindo uma forma radicalmente diferente daquela da distribuição de Wien. Rayleigh estava bem ciente da natureza condicional dessa conclusão, dizendo:

A questão deve ser resolvida experimentalmente; mas, enquanto isso, arrisco-me a sugerir uma modificação da [distribuição de Wien], *que me parece mais provável a priori. A especulação sobre este assunto é dificultada pelas dificuldades que acompanham a doutrina de Boltzmann-Maxwell sobre a partição da energia. Segundo essa doutrina, todo modo de vibração deveria ser igualmente favorecido; e, embora por alguma razão ainda não explicada, a doutrina falhe em geral, parece possível que ela possa se aplicar aos modos mais graves.*⁴⁵

O método de Rayleigh para chegar à lei de distribuição da radiação era essencialmente diferente do de Planck. Seu argumento tratava diretamente da radiação e não precisava fazer referência a um sistema material com o qual estivesse em equilíbrio. O número de ondas estacionárias ou modos permitidos de vibração eletromagnética

no interior do recipiente, cujas frequências se situam no intervalo de ν a $\nu + d\nu$, é proporcional a $\nu^2 d\nu$, por um raciocínio que era praticamente uma segunda natureza para o autor de *The Theory of Sound*⁴⁶. De acordo com a “*doutrina de Boltzmann-Maxwell*”, isto é, o teorema da equipartição, a energia média de cada um desses modos, independentemente de sua frequência, seria proporcional a T no equilíbrio térmico, com uma constante de proporcionalidade universal. Segue-se imediatamente que a função de distribuição $\varrho(\nu, T)$ deve ter a forma,

$$\varrho(\nu, T) \propto \nu^2 T. \quad (7)$$

Como Rayleigh observou, isso está de acordo com a lei de deslocamento.

Embora Rayleigh não tenha se preocupado em apontar isso explicitamente nesta nota, deve ter sido bastante óbvio para ele que uma lei de distribuição dessa forma não poderia valer para todas as frequências, pois levaria a uma concentração infinita de energia nas altas frequências; a integral de $\varrho(\nu, T)$ sobre a frequência divergiria. Isso, sem dúvida, explica tanto a referência de Rayleigh aos “modos mais graves” quanto a conclusão de seu artigo. Após obter o resultado expresso na Eq. (7), Rayleigh acrescentou: “Se introduzirmos o fator exponencial, a expressão completa será”

$$\varrho(\nu, T) \propto \nu^2 T \exp\left(-\beta \frac{v}{T}\right). \quad (8)$$

Se [esta equação] representa os fatos observados tão bem quanto [a distribuição de Wien], não estou em posição de afirmar. É de se esperar que a questão receba em breve uma resposta por parte dos distintos experimentadores que têm se dedicado a esse assunto”.

Essa última equação de Rayleigh, claramente concebida apenas como uma suposição de como o resultado rigoroso da teoria clássica, expresso na Eq. (7), poderia ser modificado em frequências mais altas, foi aparentemente a única parte de seu artigo que chamou a atenção daqueles a quem ele se dirigia. Isso é evidente no artigo⁴⁷ que Rubens e Kurlbaum apresentaram à Academia Prussiana em 25 de outubro de 1900, menos de uma semana após tomarem conhecimento da nova distribuição de Planck. Rubens e Kurlbaum fizeram uma comparação sistemática de seus resultados com cinco fórmulas diferentes que haviam sido propostas para a lei de distribuição: as de Wien [Eq. (3)], Planck [Eq. (6)], Rayleigh [Eq. (8)] e outras duas devidas a Thiesen e a Lummer e Jahnke. Eles concluíram que apenas a fórmula de Planck e a proposta por Lummer e Jahnke estavam em concordância com seus resultados,

⁴² Lummer, O., & E. Jahnke: Ann. Phys. 3, 288 (1900).

⁴³ Lord Rayleigh: Phil. Mag. 49, 539 (1900). Reimpressos em seus Scientific Papers (Cambridge, 1903), vol. IV, pp. 483–485.

⁴⁴ N.T.: Rayleigh, L. (1900). LIII. Remarks upon the Law of Complete Radiation. The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 49(301), 539–540. O termo “Radiação Completa” no título refere-se a emissão integral em todas as frequências por um radiador perfeito. Numa linguagem moderna diríamos “radiação de corpo negro”. Essa nota antecipou a formulação da lei de Rayleigh-Jeans para a radiação do corpo negro. Nela, Rayleigh aplicou argumentos baseados na teoria clássica da equipartição de energia para descrever a distribuição espectral da radiação térmica em cavidades, especialmente em comprimentos de onda longos. Embora sua abordagem levasse a divergências em altas frequências (o que ficou conhecido como a “catástrofe do ultravioleta”), seu trabalho foi fundamental para o desenvolvimento posterior da teoria quântica da radiação.

⁴⁵ N.T.: Rayleigh, L. (1900). LIII. Remarks upon the Law of Complete Radiation. The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 49(301), 539–540.

⁴⁶ Nesta obra, publicada em dois volumes no período de 1877–1878, Rayleigh trata da teoria física do som, com foco na propagação das ondas sonoras em meios elásticos (como ar, líquidos e sólidos), utilizando métodos rigorosos de análise matemática e mecânica dos meios contínuos.

⁴⁷ Rubens, H., & F. Kurlbaum: S.-B. Preuss. Akad. Wiss. (1900), 929.

e deram preferência à fórmula de Planck por razões de simplicidade. (A fórmula de Lummer-Jahnke continha $\frac{\nu}{T}$ elevado à potência 1,3 no expoente, sendo que o número 1,3 foi escolhido unicamente para ajustar os resultados.)

O ponto a ser enfatizado é que Rubens e Kurlbaum discutiram o trabalho de Rayleigh no mesmo tom, por assim dizer, que usaram ao lidar com fórmulas estritamente *ad hoc*, sem fundamentos teóricos. Eles não perceberam a importância fundamental do fato de que seus resultados mostravam que ρ era proporcional a T para frequências baixas, em completa concordância com a conclusão de Rayleigh de que a equipartição deveria se aplicar “*aos modos mais graves*”. Quando o artigo de Rayleigh foi reimpresso em seus *Scientific Papers*, dois anos depois, ele aproveitou a oportunidade para comentar sobre a proporcionalidade de ρ com T em baixas frequências:

Isto é o que eu pretendia enfatizar. Pouco tempo depois, a previsão acima expressa foi confirmada pelas importantes pesquisas de Rubens e Kurlbaum, que operavam com ondas excepcionalmente longas.⁴⁸

Rubens e Kurlbaum não foram os únicos que deixaram passar esse ponto central no artigo de Rayleigh, o qual ele provavelmente não havia enfatizado o suficiente. Já mencionei que Planck não fez referência a Rayleigh em sua comunicação de outubro de 1900. Tampouco o mencionou nos artigos em que introduziu o conceito de quantum, publicados alguns meses depois. Embora essa ausência de referência possa dar a impressão de que Planck não conhecia o trabalho de Rayleigh, como conclui Rosenfeld, considero essa hipótese pouco provável. Planck vinha dedicando praticamente todos os seus esforços ao problema da radiação há mais de três anos àquela altura, e dificilmente teria deixado passar algo escrito sobre o tema por um pensador de destaque e publicado em um importante periódico. Além disso, sabemos que Rubens e Kurlbaum haviam lido o artigo de Rayleigh e devem tê-lo mencionado ao preparar seu próprio relatório durante a semana seguinte à apresentação de Planck de sua nova equação. Sabemos também que Planck acompanhava de perto as tentativas dos experimentadores de ajustar seus resultados com sua fórmula e outras leis de distribuição. Por fim, em sua comunicação⁴⁹ de 14 de dezembro de 1900, Planck fez referência explícita ao trabalho de Rubens e Kurlbaum, no qual o artigo de Rayleigh é citado. Parece difícil acreditar, portanto, que Planck não estivesse ciente do artigo de Rayleigh.

Não é difícil entender, no entanto, por que Planck pode ter deixado passar o significado do raciocínio de

Rayleigh: tudo em sua formação e trajetória jogava contra a possibilidade de ele estar preparado para acolher as ideias de Rayleigh. Rayleigh havia formulado seu argumento de forma que ficasse claro para qualquer um familiarizado com os escritos de Boltzmann e Maxwell. Sua referência, feita de passagem, às dificuldades associadas ao teorema da equipartição tinha como propósito sugerir todo o incômodo e não resolvido problema dos calores específicos dos gases. O próprio Rayleigh havia escrito extensamente sobre o problema da equipartição no início daquele ano. Planck, no entanto, vinha pensando em uma direção completamente diferente. Ele mesmo nos conta que a mecânica estatística nunca lhe agradou. Em uma passagem de sua Autobiografia Científica, ao comentar a controvérsia sobre a energética – na qual se aliou a Boltzmann contra a escola dominante dos energeticistas liderada por Ostwald, escreveu:

Depois de tudo o que relatei, nesse duelo de mentes eu só poderia desempenhar o papel de auxiliar para Boltzmann – um auxiliar cujos serviços evidentemente não foram apreciados, nem mesmo notados, por ele. Pois Boltzmann sabia muito bem que meu ponto de vista era, em essência, diferente do dele. Ele se irritava especialmente com o fato de que eu não apenas era indiferente, mas até certo ponto mesmo hostil à teoria atômica, que era o alicerce de toda a sua pesquisa. A razão era que, naquela época, eu considerava o princípio do aumento da entropia tão imutavelmente válido quanto o próprio princípio da conservação da energia, enquanto Boltzmann tratava o primeiro apenas como uma lei de probabilidades – em outras palavras, como um princípio que admitia exceções.⁵⁰

O comentário de Planck sobre sua postura em relação à mecânica estatística em 1900 é confirmado por seus escritos anteriores a essa data. Em todos os seus trabalhos sobre o significado e as implicações da segunda lei da termodinâmica, ele nunca utilizou os métodos da mecânica estatística, nem sequer fez referência à interpretação estatística da entropia proposta por Boltzmann. Planck havia iniciado uma série de artigos⁵¹ *Sobre o Princípio do Aumento da Entropia* em 1887, declarando explicitamente que desejava ampliar a série de conclusões derivadas da segunda lei “tomada por si só, ou seja, independentemente de concepções definidas sobre a natureza dos movimentos moleculares”. Em uma palestra de 1891, Planck admitiu a existência de métodos cinéticos ou moleculares como uma alternativa aos puramente termodinâmicos – os quais ele considerava

⁴⁸ N.T.: Rayleigh, L. (1900). LIII. Remarks upon the Law of Complete Radiation. The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 49(301), 539–540.

⁴⁹ Planck, M.: Verh. Deutsch. Physik. Ges. 2, 237 (1900); – Phys. Abh., Bd. I, S. 698.

⁵⁰ Planck, M.: Ref.1(c) [Ref.18(c) nesta tradução]. Tradução inglesa p. 32. Phys. Abh., Bd. I, S. 387.

⁵¹ Planck, M.: Wied. Ann. 30, 542 (1887); – Phys. Abh., Bd. I, S. 196.

muito mais de seu agrado –, mas prosseguiu apontando imediatamente as decepções da abordagem molecular após seus sucessos iniciais:

Qualquer pessoa que estude as obras dos dois cientistas que provavelmente mais profundamente penetraram na análise dos movimentos moleculares – Maxwell e Boltzmann – não poderá resistir à impressão de que a admirável demonstração de engenhosidade física e habilidade matemática demonstrada para superar esses problemas não está em proporção adequada à fecundidade dos resultados obtidos.⁵²

Essa mesma atitude em relação à abordagem molecular é exibida no prefácio da primeira edição (1897) do *Tratado de Termodinâmica*⁵³ de Planck, no qual ele faz referência aos “obstáculos intransponíveis” e às “dificuldades essenciais na interpretação mecânica dos princípios fundamentais da termodinâmica”.

Acho justo concluir que a desconfiança frequentemente expressa por Planck em relação a toda a abordagem molecular da mecânica estatística tornava muito improvável que ele compreendesse o ponto central da discussão extremamente concisa de Rayleigh – ou mesmo que a levasse muito a sério, caso a tivesse compreendido. Como veremos na próxima seção, provavelmente foi algo muito positivo o fato de Planck não estar limitado, em seu raciocínio, pela rígida teia clássica que Rayleigh havia tecido.

4. A Introdução dos Quanta

Mas mesmo que a validade absolutamente precisa da fórmula da radiação seja considerada garantida, enquanto ela tiver apenas o status de uma lei revelada por uma intuição afortunada, não se pode esperar que possua mais do que um significado formal. Por essa razão, no mesmo dia em que formulei essa lei, comecei a me dedicar à tarefa de dotá-la de um verdadeiro significado físico. Essa busca me levou automaticamente a estudar a interrelação entre entropia e probabilidade – em outras palavras, a seguir a linha de pensamento inaugurada por Boltzmann. (...) Após algumas semanas do trabalho mais árduo da minha vida, a escuridão se dissipou e uma perspectiva inesperada começou a surgir.⁵⁴

Estas são as palavras que Planck usou muitos anos depois para descrever seus esforços entre 19 de outubro

e 14 de dezembro de 1900, data em que apresentou seus resultados à Sociedade Alemã de Física em uma comunicação intitulada *Sobre a Teoria da Lei de Distribuição de Energia no Espectro Normal*⁵⁵. Durante esses dois meses, Planck conseguiu mudar com êxito a direção de todo o seu pensamento anterior, ao reconhecer e adotar a percepção de Boltzmann sobre a relação entre entropia e probabilidade. Além disso, criou um conceito que viria a transformar os aspectos mais fundamentais da teoria física. Esses dois aspectos do que ele realizou estão quase inseparavelmente entrelaçados tanto no artigo já mencionado quanto no trabalho mais completo publicado logo em seguida nos *Annalen der Physik*⁵⁶. Devemos, no entanto, tentar separá-los aqui, se quisermos compreender plenamente as inovações introduzidas por Planck.

Os trabalhos anteriores de Planck haviam mostrado que faltava apenas mais um passo fundamental para a teoria do espectro de radiação: uma determinação teórica sólida da relação entre a energia u e a entropia S de um oscilador harmônico de frequência ν . Uma vez conhecida essa relação, a energia média do oscilador poderia ser determinada, e a função de distribuição $\varrho(v, T)$ estaria então definida com a ajuda da Eq. (4), que relaciona u e $\varrho(\nu, T)$. (Talvez valha a pena reforçar o ponto de que os osciladores harmônicos entraram na análise apenas porque Planck os escolheu como o sistema material mais simples que poderia estar em equilíbrio com a radiação eletromagnética, valendo-se da liberdade oferecida pelo teorema de Kirchhoff.) As tentativas anteriores de Planck de estabelecer a relação entre S e u com base em princípios termodinâmicos gerais, suplementadas por argumentos de plausibilidade, haviam falhado, como vimos. Ele estava bastante certo de que sabia qual deveria ser essa relação (com base no trabalho discutido na seção anterior); se a lei de distribuição por ele conjecturada, Eq. (6), estivesse correta – como parecia estar –, então ela implicaria na equação

$$S = \frac{A'}{B} \left[\left(1 + \frac{u}{A'\nu}\right) \ln \left(1 + \frac{u}{A'\nu}\right) - \frac{u}{A'\nu} \ln \frac{u}{A'\nu} \right] \quad (9)$$

onde A e B são as constantes da Eq. (6), e $A' = A \frac{c^3}{8\pi^2}$ ⁵⁷. Para estabelecer a Eq. (9), novos métodos foram necessários e, como já mencionado, Planck os encontrou no trabalho de Boltzmann.

Segundo Boltzmann, a entropia de um sistema em um dado estado é proporcional ao logaritmo da probabilidade desse estado. Essa probabilidade, por sua vez, deve

⁵² Planck, M.: Z. phys. Chem. 8, 647 (1891); – Phys. Abh., Bd. I, S. 372.

⁵³ Planck, M.: Treatise on Thermodynamics (Reimpressão da tradução inglesa da sétima edição alemã, New York, 1945) p. vii.

⁵⁴ Planck, M.: Ref.1(a) [Nota de rodapé no.16a nesta tradução]. Tradução inglesa p. 166; – Phys. Abh., Bd. III, S. 125.

⁵⁵ Planck, M.: Verh. Deutsch. Phys. Ges. 2, 237 (1900); – Phys. Abh., Bd. I, S. 698.

⁵⁶ Planck, M.: Ann. Phys. 4, 553 (1901); – Phys. Abh., Bd. I, S. 717.

⁵⁷ Das Eqs.(4) e (6), segue-se que $u = A'\nu \left[\exp \left(\frac{B\nu}{T} \right) - 1 \right]^{-1}$. A equação de entropia é derivada resolvendo esta última equação para T^{-1} , que é igual a $\frac{\partial S}{\partial u}$, e então integrando.

ser determinada como o número de configurações microscópicas⁵⁸, ou seja, o número de arranjos microscópicos distintos compatíveis com o estado dado. A tarefa de Planck, então, uma vez aceita essa abordagem geral, era encontrar um método para determinar W , o número de configurações de seu conjunto de osciladores. É suficiente considerar N osciladores, todos com frequência ν , cuja energia total U_N é N vezes a energia média u de um oscilador. Como a entropia é uma função aditiva, S_N será também N vezes S , a entropia de um único oscilador:

$$U_N = Nu, \quad (10a)$$

$$S_N = NS. \quad (10b)$$

A entropia do sistema de N osciladores N , S_N , agora é definida como igual a uma constante de proporcionalidade k vezes o logaritmo de W ,

$$S_N = k \ln W, \quad (11)$$

onde a constante aditiva, que poderia aparecer, é tomada como igual a zero. Assim, Planck fez a mesma suposição que Boltzmann havia feito: a de que qualquer configuração microscópica [compatível com o estado dado] do sistema é tão provável de ocorrer quanto qualquer outra, de modo que W pode ser obtido pela contagem do número de configurações compatíveis. No entanto, para realizar esse procedimento de contagem, é essencial que a energia a ser distribuída entre os N osciladores não seja considerada como uma quantidade continuamente variável e infinitamente divisível. Ela deve, ao contrário, ser tratada como composta por um número inteiro de partes finitas e iguais, caso se queira obter valores significativos e finitos para W . Planck refere-se a essas partes como elementos de energia ϵ e escreve,

$$U_N = P\epsilon, \quad (12)$$

onde P é um número inteiro (grande) que representa o número total de elementos de energia.

Feita essa suposição, é evidente que há um número finito de configurações microscópicas, igual ao número de maneiras pelas quais os P elementos de energia podem ser distribuídos entre os N osciladores. Esse número W é dado, pela análise combinatória, como

$$W = \frac{(N+P-1)!}{P!(N-1)!} \simeq \frac{(N+P)^{N+P}}{P^P N^N}, \quad (13)$$

onde a segunda forma, aproximada, resulta da omissão do 1 em comparação com os grandes números N e P , e da utilização da aproximação de Stirling para os fatoriais.

⁵⁸ N.T.: O termo originalmente utilizado por Boltzmann e reproduzido por Planck é “Komplexion”, que no inglês é normalmente traduzido por “Complexion” (termo utilizado por M. Klein). Trata-se de uma forma específica de distribuir as partículas entre os possíveis estados compatíveis com uma certa energia. Optamos pelo termo “Configuração Microscópica”, evitando uma transliteração direta do inglês.

A partir das Eqs.(11) e (13), a entropia é dada pela equação:

$$S_N = k [(N+P) \ln(N+P) - P \ln P - N \ln N]. \quad (14)$$

Quando $\frac{P}{N}$ é substituído por $\frac{u}{\epsilon}$, e $\frac{S_N}{N}$ por S , de acordo com as Eqs.(10b) e (12), a entropia S de um oscilador, em função de sua energia média K , assume a forma:

$$S = k \left[\left(1 + \frac{u}{\epsilon}\right) \ln \left(1 + \frac{u}{\epsilon}\right) - \frac{u}{\epsilon} \ln \frac{u}{\epsilon} \right] \quad (15)$$

Neste ponto do argumento, o tamanho dos elementos de energia é completamente arbitrário. No entanto, a entropia S deve depender da frequência dos osciladores, bem como de u , de uma forma determinada pela lei do deslocamento de Wien, e como k é uma constante universal, essa dependência em relação à frequência deve estar contida em ϵ . A lei do deslocamento exige, na verdade, que a entropia tenha a forma⁵⁹

$$S = g \left(\frac{u}{\nu} \right), \quad (16)$$

de modo que o elemento de energia ϵ seja proporcional à frequência do oscilador,

$$\epsilon = h\nu, \quad (17)$$

onde h é a segunda constante universal natural na teoria. A expressão para S como uma função de u está agora completamente determinada em termos das constantes h e k ,

$$S = k \left\{ \left(1 + \frac{u}{h\nu}\right) \ln \left(1 + \frac{u}{h\nu}\right) - \frac{u}{h\nu} \ln \left(\frac{u}{h\nu}\right) \right\}. \quad (18)$$

Este resultado tem exatamente a mesma forma que a Eq. (9), e a lei de distribuição que o acompanha deve, portanto⁶⁰, ser

$$\varrho(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \cdot \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1}. \quad (19)$$

As duas constantes foram determinadas numericamente a partir de resultados experimentais: a densidade total de energia, ou a constante de Stefan σ [a partir da Eq. 11], determina uma combinação de h e k , e a razão entre a frequência e a temperatura no máximo da distribuição determina uma segunda combinação de h e k . A partir dos valores experimentais, Planck calculou

⁵⁹ As Eqs.(2) e (4) exigem que $u = \nu f\left(\frac{\nu}{T}\right)$. Uma forma equivalente de expressar esse resultado é $T = \nu F\left(\frac{u}{\nu}\right)$. Utilizando o fato de que $T^{-1} = \frac{\partial S}{\partial u}$, obtém-se $\frac{\partial S}{\partial u} = \nu^{-1} \left[F\left(\frac{u}{\nu}\right)\right]^{-1}$, de modo que, após a integração em relação a u , S se torna simplesmente uma função de $\frac{u}{\nu}$.

⁶⁰ A Eq. (19) é simplesmente a Eq. (6) reescrita, com as constantes A e B determinadas por meio da comparação entre as Eqs.(9) e (18). Também é possível obter a Eq. (19) diretamente a partir da Eq. (18), diferenciando esta última em relação a u para introduzir a temperatura e , em seguida, aplicando a Eq. (4)

como sendo $6,55 \times 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{s}$ e k como $1,346 \times 10^{-16} \text{ erg/K}^\circ$. Mas que significado deveria ser atribuído a essas constantes?

Em seu relatório de 14 de dezembro de 1900 à Sociedade Alemã de Física, Planck referiu-se a “outras relações” deduzidas de sua teoria “que me parecem de considerável importância para outros campos da física e também da química”. Creio que não há muita dúvida de que isso se referia à importância de longo alcance das duas constantes que ele havia calculado, e, em particular, da constante k . Ao final deste primeiro artigo sobre a teoria quântica, Planck apontou que, como k é um fator de proporcionalidade universal que conecta a entropia ao $\ln w$, decorre do trabalho de Boltzmann sobre a entropia de um gás que

$$k = \frac{R}{N_0} \quad (20)$$

onde R é a constante dos gases que aparece na equação de estado macroscópica de um gás ideal, e N_0 é o número de Avogadro, isto é, o número de moléculas em um mol-grama. Como o valor de R já estava bem estabelecido, o cálculo de k por Planck significava que ele também havia determinado o número de Avogadro. O valor obtido por Planck foi $6,175 \times 10^{23}$ moléculas/mol. Outras quantidades derivam diretamente disso, como a constante de Loschmidt, o número de moléculas por centímetro cúbico de gás em condições padrão, e a energia cinética média de uma molécula. Menos evidente, especialmente em 1900, era o fato de que a unidade elementar de carga elétrica e também passava a ser determinada essencialmente como a razão entre a constante macroscópica de Faraday e o número de Avogadro. O valor obtido por Planck para e foi $e = 4,69 \times 10^{-10} \text{ esu}$.

Planck compreendia profundamente a importância dessas determinações das constantes naturais fundamentais que sua teoria tornara possíveis. Como ele disse: “Todas essas relações podem reivindicar uma validade absoluta, e não aproximada, desde que a teoria seja realmente correta... Sua verificação por métodos mais diretos será um problema (para investigações futuras) tão importante quanto necessário.” Essas palavras aparecem na conclusão do artigo que temos discutido e, quando Planck reescreveu esse trabalho algumas semanas depois para os *Annalen der Physik*⁶¹, ele separou essas considerações sobre as constantes naturais do argumento principal sobre a distribuição da radiação, a fim de dar-lhes a ênfase que justamente mereciam. Em seus escritos posteriores, Planck fez questão de destacar, em várias ocasiões, que embora k fosse compreensivelmente chamada de constante de Boltzmann, o próprio Boltzmann nunca lhe atribuíra grande importância, tampouco havia feito qualquer estimativa de seu valor numérico.

Os valores de N_0 e e obtidos por Planck eram, de longe, as melhores estimativas dessas grandezas fundamentais que haviam aparecido até então na literatura. De fato, não havia nenhuma determinação direta de N_0 ; as únicas estimativas disponíveis eram extremamente indiretas, baseadas em modelos simplificados da teoria cinética dos gases. (As primeiras estimativas de N_0 por esses métodos foram feitas pelo colega sênior de Boltzmann, Loschmidt, em 1865.) Só em 1908 é que Perrin iniciou sua série de experimentos, os quais forneceriam uma determinação essencialmente direta de N_0 , mas ainda assim menos confiável do que a de Planck. Quanto a e , a unidade natural de carga – ou a carga do elétron –, as tentativas de determinação direta estavam apenas começando no laboratório de J. J. Thomson, em Cambridge, e só haveria uma medição precisa com os trabalhos de Millikan quase uma década depois⁶². O relatório de Perrin⁶³ para o primeiro Congresso Solvay, em 1911, oferece um retrato vívido do estado dessas constantes fundamentais naquela época e indica, ainda que indiretamente, por que Planck dava tanta ênfase a esse aspecto de sua teoria.

5. Boltzmann, Planck e Quanta

Voltemos agora ao cálculo estatístico de Planck, no qual os quanta de energia foram introduzidos. O cálculo foi descrito na seção anterior de forma bastante semelhante à apresentação feita pelo próprio Planck. Essa era uma etapa preliminar necessária para a discussão da questão levantada na introdução: como Planck se afastou do método de Boltzmann? Acredito que essa questão pode ser melhor abordada por meio da comparação da análise de Planck com o próprio tratamento de Boltzmann para um problema intimamente relacionado, no artigo ao qual Planck se refere repetidamente. Trata-se do grande trabalho de Boltzmann de 1877, “*Sobre a Relação entre a Segunda Lei da Termodinâmica e a Teoria das Probabilidades*”⁶⁴, no qual a interpretação estatística da entropia é desenvolvida detalhadamente, separando-se das dificuldades do tratamento cinético da aproximação ao equilíbrio. O primeiro problema que Boltzmann trata nesse artigo, como uma introdução simples aos seus conceitos e métodos, apresenta uma notável semelhança com o próprio problema de Planck⁶⁵.

Boltzmann considera um modelo simples de um gás constituído por N moléculas, no qual a energia de cada molécula individual só pode assumir certos valores discretos que formam uma progressão aritmética: $0, \varepsilon, 2\varepsilon, \dots, M\varepsilon$. Seus comentários sobre esse modelo são reveladores:

⁶² ver Millikan, R.A.: The Electron (Chicago 1917).

⁶³ Perrin, J.: Les Preuves de la Réalité Moléculaire, in La Théorie du Rayonnement et les Quant a, editado por P. Langevin e M. De Broglie, pp. 153–250 (Paris 1912).

⁶⁴ Boltzmann, L.: Wien. Ber. 76, 373 (1877). Reimpresso em seus Wissenschaftliche Abhandlungen, Bd. II, S. 164 (Leipzig 1909).

⁶⁵ Ver a discussão em R. Dugas, La Théorie Physique au sens de Boltzmann (Neuchâtel, 1959), especialmente Cap. 6 (Segunda Parte) and Cap. 4 (Terceira Parte).

⁶¹ Planck, M.: Ann. Phys. 4, 564 (1901); – Phys. Abh., Bd. I, S. 728.

Essa ficção não corresponde, é claro, a nenhum problema mecânico realizável, mas trata-se de um problema muito mais fácil de lidar matematicamente e que se transforma diretamente no problema a ser resolvido, se se deixa que as quantidades apropriadas tendam ao infinito. Se esse método de tratamento do problema parece, à primeira vista, muito abstrato, ele é, no entanto, geralmente o caminho mais rápido para se alcançar o objetivo nesse tipo de problema. E, se considerarmos que tudo o que é infinito na natureza só tem significado como um processo limite, não se pode entender a infinita multiplicidade de energias possíveis para cada molécula senão como o caso-limite que surge quando cada molécula pode assumir um número cada vez maior de velocidades possíveis.⁶⁶

Boltzmann então volta sua atenção para os estados possíveis desse modelo de gás quando se atribui a ele uma energia total de P_ϵ , onde P é um número inteiro grande. Qualquer estado desse tipo é caracterizado pelo conjunto de inteiros $w_0, w_1, \dots, w_M$, que indicam o número de moléculas com energia $0, \epsilon, \dots, M\epsilon$. Os valores de w estão sujeitos a duas restrições,

$$\sum_{r=1}^M w_r = N \quad (21)$$

e

$$\sum_{r=1}^M r w_r = P, \quad (22)$$

que expressam o número fixo de partículas e a energia total fixa. Cada um dos estados, caracterizado por um conjunto de números, pode ser realizado de diversas maneiras – que Boltzmann chama de configurações microscópicas⁶⁷ –, dependendo de *quais* moléculas específicas estão com as energias $0, \epsilon, \dots$. O número de complexões para uma dada distribuição W_r é prontamente reconhecido como sendo dado pela expressão

$$W_B = \frac{N!}{w_0! w_1! \dots} \quad (23)$$

Boltzmann faz a suposição fundamental de que qualquer configuração particular (na qual, por exemplo, a molécula número um tem energia 17ϵ , a molécula número dois tem energia 3ϵ , etc.) é tão provável de ocorrer quanto qualquer outra configuração microscópica particular. (Ele torna essa suposição plausível por meio de uma comparação com o jogo de loteria ou bingo.)

Segue-se, então, que a probabilidade de ocorrência de um estado caracterizado pelo conjunto W_r é igual a W_B para esse estado dividido por $\sum W_B$, onde a soma é feita sobre todos os conjuntos compatíveis com as Eqs. (21) e (22).

Agora, é essencial no procedimento de Boltzmann que ele busque aquele estado, ou seja, o conjunto de números w_r , para o qual W_B seja máximo, pois é esse estado mais provável que ele identificará com o estado de equilíbrio termodinâmico. Não é necessário repetir aqui o cálculo no qual W_B é maximizado e os w_r no estado de equilíbrio mostram obedecer à “distribuição de Boltzmann”, ou seja, w_r no estado de equilíbrio é proporcional a $\exp(-\beta' r\epsilon)$, onde a constante β' é mostrada ser proporcional a T^{-1} . É importante, no entanto, lembrar que em uma etapa apropriada do cálculo, Boltzmann toma o limite no qual ϵ tende a zero e M tende ao infinito, de tal forma que as moléculas realmente possam assumir *todos* os valores de energia. Para Boltzmann, ϵ é um artifício que torna o cálculo possível (e torna o contínuo inteligível!).

Podemos agora comparar o procedimento de Boltzmann com a maneira como Planck tratou seu problema. (A semelhança formal entre os problemas foi deliberadamente enfatizada pelo uso de uma notação comum.) A primeira diferença evidente entre os dois procedimentos está no significado atribuído à quantidade W . Na discussão de Boltzmann, a quantidade W_B , na Eq. (23), é o número de complexões – atribuições detalhadas das energias das moléculas individuais – compatíveis com uma determinada distribuição. Ela é proporcional à probabilidade de um estado W_r em comparação com outro. Planck, por outro lado, nunca introduz quantidades análogas a W_r . Para ele, o W da Eq. (13) é uma probabilidade por *definição*; ele não possui um “modelo” para compreender essa probabilidade em um sentido análogo ao de Boltzmann. Assim, quando Planck define $K \ln W$ como sendo igual à entropia, ele afirma⁶⁸: “Na minha opinião, essa estipulação equivale, fundamentalmente, a uma definição da probabilidade W ; pois não temos absolutamente nenhum ponto de partida, nas hipóteses que fundamentam a teoria eletromagnética da radiação, para falar de tal probabilidade com um significado preciso.”

Planck, portanto, não determina de forma alguma o número de configurações que pertencem ao estado mais provável. Em vez disso, ele toma como seu W uma quantidade que representa o número total de configurações para *todos* os conjuntos W_r que satisfazem as restrições das Eqs. (21) e (23). Em outras palavras, o W de Planck é igual à quantidade que Boltzmann chamou de $\sum W_B$, e o equivalente da Eq. (13) aparece no tratado de Boltzmann quando ele calcula $\sum W_B$, o fator de normalização de suas probabilidades.

⁶⁶ Boltzmann, L.: Wien. Ber. 76, 373 (1877). Reimpresso em seus Wissenschaftliche Abhandlungen, Bd. II, S. 164 (Leipzig 1909).

⁶⁷ N.T.: Ver nota de rodapé n.58 (N.T.)

⁶⁸ Planck, M.: Ann. Phys. 4, 553 (1901); – Phys. Abh., Bd. I, S. 717.

É natural, embora um tanto inútil, perguntar por que Planck se desviou do procedimento de Boltzmann justamente nesse ponto específico. Se ele tivesse continuado com o método de Boltzmann, teria chegado exatamente ao mesmo resultado para a energia média de um oscilador, a saber: $\frac{\epsilon}{\exp(\frac{\epsilon}{kT}) - 1}$. Rosenfeld⁶⁹ sugere que Planck, na verdade, começou com a Eq. (9) para a entropia de um oscilador, exigida pela lei de distribuição que ele havia conjecturado, e a partir daí obteve a forma correspondente para S_N , a entropia de N osciladores. Se S_N fosse dada por uma expressão da forma $K \ln w$, então a forma de W teria de ser algo como $\frac{(N+P)^{N+P}}{N^N P^P}$. Esse último resultado poderia então ser reconhecido como uma aproximação legítima de $\frac{(N+P-1)!}{(N-1)! P!}$, uma fórmula padrão da teoria das combinações, a qual, como acabamos de ver, realmente aparece no artigo de Boltzmann ao qual Planck estava se referindo. Essa conjectura bastante plausível é bem confirmada pelo que o próprio Planck afirma em seu artigo na *Naturwissenschaften* [1(b)] [Nota de rodapé 18b nesta tradução], escrito em 1943.

Há um outro aspecto do procedimento combinatório de Planck que merece um comentário aqui. Alguns anos após o trabalho de Planck, quando Einstein havia levado a teoria um passo adiante, ao mostrar que a própria radiação podia se comportar como se consistisse em quanta de energia, físicos tentaram reinterpretar o raciocínio de Planck nessa mesma linha. Essa tentativa de considerar os elementos de energia de Planck como, em certo sentido, partículas de energia parecia plausível, mas era totalmente inconsistente com o tratamento combinatório que essas “partículas” precisavam receber para que se obtivesse a lei de distribuição de Planck. Esse ponto foi destacado por Ehrenfest em 1911⁷⁰ e novamente, com mais detalhes, em 1914⁷¹. (Este último artigo é especialmente notável por conter a derivação simples e ilustrativa da fórmula combinatória básica, Eq. (13), que hoje é universalmente apresentada.) O que Ehrenfest mostrou, de fato, foi que as “partículas” que precisam ser contadas de acordo com a Eq. (13) não são partículas independentes no sentido usual. Elas são, na verdade, partículas que obedecem à estatística de Bose-Einstein – conceito que, no entanto, só seria esclarecido muitos anos depois⁷².

Esse primeiro desvio de natureza combinatória em relação a Boltzmann é menos marcante do que aquele que consideraremos agora: como já vimos, Boltzmann utilizou “elementos de energia” ϵ para realizar seu procedimento combinatório, mas ele sempre esteve disposto a tomar o limite $\epsilon \rightarrow 0$, de modo que a discretização

deixava de ser necessária para a análise. É evidente que, no cerne do trabalho de Planck, ϵ não podia ser zero, se a lei correta de distribuição fosse alcançada. Planck aparentemente nem sequer considerou a possibilidade de tomar esse limite. Isso está, sem dúvida, relacionado ao aparente desconhecimento, por parte de Planck, do teorema da equipartição e de todas as suas implicações – como já vimos anteriormente.

Esse aspecto do trabalho de Planck parece ter sido reconhecido pela primeira vez em 1905, e ficou bastante claro no decorrer de uma troca de argumentos entre Jeans e Lord Rayleigh nas páginas da *Nature*. Na edição de 18 de maio de 1905, Rayleigh⁷³ repetiu seu cálculo feito cinco anos antes (ver Seção 3 acima), mas desta vez teve o cuidado de incluir todas as constantes de proporcionalidade com as quais não se preocupou anteriormente. A lei de distribuição que ele obteve foi

$$\varrho(\nu, T) = \left(\frac{8\pi\nu^2}{c^3} \right) (kT), \quad (24)$$

e, como destacou, ela tem exatamente a mesma forma que a lei de Planck, Eq. (19), tomada no limite de baixas frequências (isto é, quando $\frac{h\nu}{kT} \ll 1$, um limite que Planck não havia considerado explicitamente. Dessa forma, seguia-se que a constante k , e portanto o número de Avogadro N_0 , poderiam, em princípio, ser determinados a partir do valor experimental de $\rho(\nu, T)$ em baixas frequências, usando a Eq. (24), sem qualquer referência direta à distribuição de Planck. Rayleigh prosseguiu dizendo: “Uma comparação crítica entre os dois procedimentos (ou seja, o meu e o de Planck) seria interessante, mas, como não consegui acompanhar o raciocínio de Planck, não posso empreendê-la. Aplicando-se a todos os comprimentos de onda, sua fórmula teria maior valor, caso fosse satisfatoriamente estabelecida. Por outro lado, o raciocínio que conduz à Eq. (24) é muito simples, e essa fórmula me parece ser uma consequência necessária da lei da equipartição, conforme estabelecida por Boltzmann e Maxwell. Minha dificuldade é entender como outro processo, também baseado nas ideias de Boltzmann, pode levar a um resultado diferente.”

Na verdade, Rayleigh cometeu um erro por um fator oito em seu cálculo, o que foi logo apontado por Jeans. (A Eq. (24), no entanto, está correta e representa a forma limitada da lei de Planck.) Rayleigh⁷⁴ prontamente admitiu seu erro, mas voltou ao mesmo ponto: “Embora a concordância precisa dos resultados no caso de ondas muito longas seja satisfatória até certo ponto, ela não satisfaz o desejo expresso em minha carta anterior por uma comparação entre os procedimentos. Na aplicação a ondas que não são longas, deve haver alguma limitação ao princípio da equipartição.”

O pedido reiterado de Rayleigh por uma discussão crítica foi finalmente atendido, ao menos em parte, por

⁶⁹ Rosenfeld, L. : Referencia [2] [Nota de rodapé No.17 desta tradução], p. 167.

⁷⁰ Ehrenfest, P.: Ann. Phys. 36, 91 (1911).

⁷¹ Ehrenfest, P.: H. Kamerling Onnes: Proc. Amsterdam Acad. 17, 870 (1914). Os dois artigos anteriores estão reimpressos em P. Ehrenfest, Collected Scientific Papers, ed. by M.J. Klein (Amsterdam, 1959), nas páginas 185 and 353 respectivamente.

⁷² Ver Klein, M. J.: Proc. Amsterdam Acad. B 62, 41 (1959).

⁷³ Lord Rayleigh: Nature 72, 54 (1905).

⁷⁴ Lord Rayleigh, Nature 72, 243 (1905).

Jeans⁷⁵, na edição da *Nature* de 27 de julho de 1905. (Naquela época – e por vários anos depois – Jeans se empenhava ao máximo para explicar a radiação do corpo negro com base estritamente em fundamentos clássicos, preservando a validade geral do teorema da equipartição e tratando os desvios como consequência da ausência de verdadeiro equilíbrio termodinâmico.) Jeans realizou uma crítica severa aos argumentos de Planck em dois pontos principais. Esses pontos são exatamente os dois que temos discutido, nos quais Planck se afastou de Boltzmann. Assim, Jeans atacou o uso que Planck fez de W como uma “probabilidade”, argumentando que nenhuma população havia sido fornecida a partir da qual se pudessem calcular probabilidades, e que não se poderia introduzir tal população com uma lei de probabilidade a priori consistente com os argumentos de Planck. O segundo ponto levantado por Jeans foi que Planck não tinha justificativa para se abster de tomar o limite em que $\epsilon \rightarrow 0$. Caso esse limite fosse tomado, a expressão de Planck para a energia média de um oscilador se reduziria a kT , em conformidade com o teorema da equipartição. Jeans reconheceu que Planck havia fixado $\epsilon = h\nu$ com base na lei de deslocamento de Wien, mas argumentou que nada na lei de deslocamento determinava o valor de h , “enquanto que a mecânica estatística nos dá a informação adicional de que o verdadeiro valor de h é $h = 0$ ”. Se por “verdadeiro” entende-se “em concordância com o teorema da equipartição”, então Jeans estava correto. Seu erro foi apenas supor que “os métodos de ambos são, de fato, os métodos da mecânica estatística e do teorema da equipartição da energia”. Esse era o método de Jeans – mas certamente não era o de Planck.

A exposição mais reveladora do profundo abismo que Planck havia aberto entre suas próprias ideias e as de Boltzmann foi feita por Ehrenfest⁷⁶. Ele destacou que o trabalho de Planck reabria toda a questão do fundamento estatístico da segunda lei da termodinâmica, já que os elementos de energia introduzidos por Planck representavam uma mudança radical na função peso *a priori* introduzida no espaço de fases. A mecânica estatística de Boltzmann havia sido construída com base na suposição de que regiões de volume igual no espaço de fases deveriam receber pesos *a priori* iguais; mas, se a energia passasse a ser uma variável discreta, seria necessário algum novo postulado fundamental para reconstruir as bases da teoria.

6. Conclusão

Uma ideia revolucionária nem sempre é reconhecida como tal – nem mesmo por quem a propõe. O conceito de quanta de energia de Planck passou praticamente despercebido na literatura física por mais de quatro anos. Sua fórmula da radiação foi aceita como uma descrição

simples e adequada dos fatos experimentais, mas a teoria que ele havia proposto como base para essa fórmula não recebeu atenção até 1905. Embora esse virtual desinteresse por aquilo que mais tarde seria reconhecido como um grande avanço da física possa parecer estranho, há várias explicações possíveis para isso. A mais evidente é que, em 1900, a teoria da radiação não era o foco principal de interesse na física. Basta lembrar que os raios X foram descobertos em 1895, a radioatividade em 1896, o elétron em 1897, o rádio em 1898 etc., para remeter o leitor à sucessão de descobertas empolgantes que estavam sendo feitas e que atraíam a atenção de uma parcela significativa das melhores mentes da física.

Além da concorrência desses avanços sem precedentes, o trabalho de Planck enfrentava outro obstáculo sério. Justamente nessa época – quando não apenas o átomo, mas até mesmo suas partes constituintes passavam a ocupar o centro do palco experimental –, um grupo influente e numeroso de teóricos no continente europeu havia se posicionado contra toda a teoria atômica⁷⁷. Com diferentes graus de ênfase, pensadores como Ostwald, Mach e Duhem negavam a validade do programa da teoria cinética dos gases e da visão geral da física como uma ciência atômica e mecânica, defendida por Boltzmann. Boltzmann travou uma polêmica vigorosa, especialmente contra Ostwald, no final da década de 1890, sentindo-se na obrigação de justificar “A indispensabilidade do atomismo nas ciências naturais”. (Planck havia se aliado a Boltzmann no ataque à escola da “energética” em 1896, apesar de sua própria falta de simpatia, naquele momento, pelo trabalho de Boltzmann, ressaltando que os “energeticistas” interpretavam de forma equivocada o verdadeiro significado da segunda lei da termodinâmica.)

A seriedade dos ataques feitos por Ostwald e outros contra a teoria cinético-molecular pode ser medida pelo tom do prefácio que Boltzmann escreveu, em 1898, para o segundo volume de sua *Gastheorie*.

Quando a primeira parte deste livro foi impressa, eu já havia praticamente concluído o manuscrito da presente segunda e última parte, na qual as partes mais difíceis do tema não eram tratadas. Justamente naquela época [1896], os ataques contra a teoria cinética se multiplicaram. Estou agora convencido de que esses ataques se baseiam completamente em equívocos, e de que o papel da teoria cinética na ciência está longe de estar encerrado... Na minha opinião, seria uma perda para a ciência se a teoria cinética caísse em um esquecimento temporário por causa do atual estado de ânimo predominantemente hostil, como ocorreu, por exemplo, com a teoria ondulatória por causa da autoridade de Newton. Tenho consciência

⁷⁵ Jeans, J.: *Nature* 72, 293 (1905).

⁷⁶ Ehrenfest, P.: *Phys. Z.* 15, 657 (1914). Ver também seu artigo em *Naturwissenschaften*, 11, 543 (1923). Ambos estão impressos em seus *Collected Scientific Papers*, páginas 347 e 463.

⁷⁷ Ver Dugas: Referência 35 [Nota de rodapé no. 65 nesta tradução], Caps. 6–8 (Primeira Parte) and Cap. 5 (Terceira Parte).

de quão impotente é o indivíduo diante das correntes do tempo. Mas, para contribuir com o que estiver ao meu alcance, de modo que, quando a teoria cinética for retomada, não seja necessário redescobrir demasiadas coisas, tratei também, neste volume, das partes mais difíceis da teoria cinética – aquelas mais suscetíveis a equívocos – e procurei apresentar uma exposição tão inteligível quanto possível, ao menos em traços gerais.⁷⁸

Agora, Planck havia deliberadamente associado seu pensamento ao de Boltzmann em seus artigos sobre os quanta justamente no momento em que o próprio Boltzmann estava sob a sombra lançada pela escola dos “energeticistas”. (Isso dá um tom de melancolia à observação de Planck: “Como compensação por muita decepção, obtive grande satisfação do fato de que Ludwig Boltzmann, em uma carta agradecendo meu artigo, me deu a entender que estava interessado e, fundamentalmente, de acordo com minhas ideias.”⁷⁹) Não há muita dúvida de que o tom intencionalmente boltzmanniano dos artigos de Planck sobre os quanta contribuiu para a demora em seu reconhecimento, ao menos no continente europeu.

Na Inglaterra, como já vimos, Rayleigh e Jeans investigaram em certa medida o significado do trabalho de Planck em 1905. No entanto, é justo afirmar que nem Rayleigh nem Jeans eram simpáticos à ideia dos quanta de energia, e tampouco demonstraram interesse em desenvolver essa ideia além do que haviam considerado. Uma ideia tão revolucionária só poderia criar raízes e crescer em uma mente suficientemente aguçada para perceber suas implicações e suficientemente ousada para desenvolvê-las imediatamente em diversas direções. Felizmente para a ciência, tal mente estava pronta – e foi nos trabalhos de Albert Einstein que o pleno significado do conceito de Planck começou a se revelar⁸⁰.

No primeiro⁸¹ dos três grandes artigos que escreveu na primavera de 1905, Einstein apontou a lei de distribuição exigida pela física clássica, a chamada “lei de Rayleigh-Jeans” (Eq. (24) acima), e enfatizou tanto sua

inconsistência com os dados experimentais quanto seu caráter paradoxal interno, devido à energia infinita de radiação que ela implica. Isso foi feito, ao que tudo indica, de forma completamente independente do artigo de Rayleigh de 1900, ao qual Einstein não faz referência e que não há razão para acreditar que ele conhecesse. Einstein também observou, assim como Rayleigh fez simultaneamente na carta à *Nature* discutida na seção anterior, que a determinação do número de Avogadro por Planck é, na verdade, independente de sua fórmula de radiação, e que o mesmo resultado poderia ser obtido a partir da fórmula clássica usando os resultados experimentais sobre a radiação de corpo negro. Todas essas questões, bem como o profundo abismo entre os quanta de Planck e a física clássica, estavam, como Einstein escreveria muitos anos depois, “perfeitamente claras para mim pouco depois do aparecimento do trabalho fundamental de Planck”⁸².

Além desses pontos, que Rayleigh também percebeu, Einstein mostrou que a parte não clássica da fórmula de radiação de Planck – o chamado limite de Wien – possuía uma consequência notável. Ela implicava, como Einstein demonstrou por meio de um argumento caracteristicamente simples, que a própria radiação se comportava como se fosse composta por quanta de energia cuja magnitude era dada por $h\nu$. Isso ia muito além de qualquer conclusão que o próprio Planck havia tirado, já que Planck havia quantizado apenas a energia dos osciladores materiais, e não da radiação. Einstein prosseguiu demonstrando, em apenas algumas páginas, que o efeito fotoelétrico, a regra de Stokes para a fluorescência e a fotoionização de gases podiam ser todos compreendidos de maneira muito simples tratando a luz como composta por quanta de energia $h\nu$. Nenhum desses fenômenos havia sido explicado com base na teoria ondulatória eletromagnética da luz.

Einstein estava plenamente ciente de que tudo isso marcava o início de uma nova era na física, e indicou essa percepção ao se referir ao seu trabalho, no título do artigo, como oferecendo “um ponto de vista heurístico”. Ele via que eram necessárias mudanças profundas nos fundamentos, mas mesmo “sem ter um substituto para a mecânica clássica, eu podia, no entanto, perceber a que tipo de consequências essa lei da radiação térmica conduzia”.

O impacto da teoria quântica de Planck sobre a física nesse período talvez seja melhor expresso nas palavras de Einstein: “Foi como se o chão tivesse sido retirado debaixo dos nossos pés, sem que se pudesse ver em lugar algum uma base firme sobre a qual se pudesse construir.”⁸³

⁷⁸ Boltzmann, L.: Vorlesungen über Gastheorie, Bd. II, S.V. (Leipzig 1898).

⁷⁹ Planck, M.: Referencia I(a) [Nota de rodapé 16(a) nesta tradução]. Tradução inglesa p. 167. Phys. Abh., Bd. III, S. 126.

⁸⁰ N.T.: Martins e Rosa [20] consideram que, embora este trabalho de Einstein tenha sido de extrema importância – sendo responsável pelo posterior desenvolvimento de muitos aspectos da teoria quântica –, sua repercussão, na época, foi pequena e sua aceitação, mínima (p.14). A ideia de partículas de luz desafiava frontalmente a bem-sucedida teoria ondulatória de Maxwell, então corroborada por inúmeros experimentos de interferência e difração. De fato, outros estudos históricos relevantes apontam também, para uma sensação de estranheza e ceticismo na comunidade científica na época (1905–1920). No 1º Congresso Solvay (1911), dedicado à radiação e aos quanta, Einstein ainda se via em minoria, mesmo entre simpatizantes da teoria quântica, como Planck e Nernst. Outras análises históricas relevantes, além das já citadas, podem ser encontradas nas referências [21–24] e [25].

⁸¹ Einstein, A.: Ann. Phys. 17, 132 (1905)

⁸² Einstein, A.: *Philosopher-Scientist*, editado por P.A.Schilpp, p.45 (New York 1949).

⁸³ Einstein, A.: *Philosopher-Scientist*, editado por P. A. Schilpp, p. 45 (New York 1949).

Agradecimentos

Agradeço ao Instituto de Física da Universidade de Brasília pelo apoio recebido, e aos avaliadores da RBEF, cujas observações e contribuições melhoraram significativamente o presente trabalho.

Disponibilidade de Dados

Os dados que embasam a tradução aqui apresentada estão publicados no presente trabalho.

Referências

- [1] R.A. Martins, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **27**, 11 (2005).
- [2] M. Planck, *Annalen der Physik* **309**, 553 (1901).
- [3] M. Planck, *Verh. Deutsch. Phys. Ges* **2**, 202 (1900).
- [4] M. Planck, *Verh. Deutsch. Phys. Ges* **2**, 237 (1900).
- [5] M. Klein, *Arch. Hist. Exact Scie.* **1**, 459 (1961).
- [6] D. Hu, *Physics in Perspective* **14**, 498 (2012).
- [7] H. Kragh, *Physics World* **13**, 31 (2000).
- [8] J.R. Persson, *Am. J. Phys.* **86**, 887 (2018).
- [9] L. Boltzmann, *S.B. Preuss. Akad. Wiss.* **66**, 660 (1897).
- [10] A. Einstein, *Annalen der Physik* **17**, 132 (1905).
- [11] J. Stachel, *O Ano Miraculoso de Einstein: cinco artigos que mudaram a face da física* (Editora UFRJ, Rio de Janeiro, 2001).
- [12] A.H. Compton, *Physical Review* **21**, 483 (1923).
- [13] N. Studart e I.C. Moreira, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **46**, e20240304 (2024).
- [14] G.N. Lewis, *Nature* **118**, 874 (1926).
- [15] R.H. Stuewer, *The Compton Effect: Turning Point in Physics* (Science History Publications, New York, 1975).
- [16] T.S. Kuhn, *The Essential Tension: Selected Studies in Scientific Tradition and change* (University of Chicago Press, Chicago, 1977).
- [17] R.J. Deltete, *Annals of Science* **52**, 265 (1995).
- [18] S. Brush, *The Kind of Motion we Call Heat: A History of Kinetic Theory of Gases in the 19th Century* (North-Holland Publishing, Amsterdam, 1976).
- [19] A. Hermann, *The Genesis of Quantum Theory (1899–1913)* (The MIT Press, Cambridge, 1971).
- [20] R.A. Martins e P.S. Rosa, *História da Teoria Quântica – a dualidade onda-partícula, de Einstein a De Broglie* (Editora Livraria da Física, São Paulo, 2014).
- [21] T.S. Kuhn, *Black-Body Theory and the Quantum Discontinuity, 1894–1912* (University of Chicago Press, Chicago, 1987), 2 ed.
- [22] R.H. Stuewer, *Acta Physica Polonica B* **37**, 543 (2006).
- [23] S.G. Brush, *Historical Studies in the Physical and Biological Sciences* **37**, 205 (2007).
- [24] M.J. Klein, *The Natural Philosopher* **2**, 59 (1963).
- [25] H. Kragh, *Quantum Generations – A History of Physics in the Twentieth Century* (Princeton University Press, Princeton, 1999), 2 ed.