

Uma implementação de baixo custo para o experimento da gota de óleo de Millikan com análise computacional automatizada

A low-cost implementation for the Millikan oil drop experiment with automated computational analysis

João P.V. Amorim¹, Eduardo S. Santos¹, Gabriel R.G. Ribeiro¹, Tiago J. Castro^{*1}

¹Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília, Brasília, DF, Brasil.

Recebido em 22 de dezembro de 2025. Revisado em 27 de maio de 2026. Aceito em 21 de junho de 2026.

O experimento da gota de óleo de Millikan é largamente reconhecido por sua importância histórica e conceitual, embora suas reproduções didáticas frequentemente apresentem alcance pedagógico limitado. Além disso, o elevado custo dos aparatos comerciais e a escassez de alternativas de baixo custo na literatura contribuem para que esse experimento não seja amplamente explorado em contextos educacionais. Visando tornar a prática mais acessível, este trabalho reporta o desenvolvimento de um aparato de montagem extremamente simples, capaz de produzir, observar e controlar gotas de óleo mineral carregadas sob a ação de um campo elétrico uniforme. A metodologia adotada baseia-se na medição das velocidades de subida e descida das gotas carregadas, registradas através de *smartphone* com lente de aumento acoplada. Os filmes foram analisados com uso do *software Tracker*. Para o tratamento do grande volume de dados gerados foi desenvolvido um *software* especializado para a prática, denominado *Facillikan*, o qual automatiza o cálculo das cargas e raios das gotas, a propagação dos erros experimentais e a construção de diagramas $q \times r$ com histogramas. Por meio de testes sistemáticos, foram obtidos dados cuja qualidade é comparável àquela de um conjunto didático comercial. Os resultados também foram analisados à luz das possíveis fontes de incertezas e em relação a potenciais usos didáticos.

Palavras-chave: Experimento de Millikan, Carga elétrica elementar, Experimento de baixo custo, Facillikan.

The Millikan oil drop experiment is widely recognized for its historical and conceptual relevance; however, its didactic reproductions often exhibit limited pedagogical impact. In addition, the high cost of commercial apparatus and the scarcity of detailed low-cost alternatives in the literature hinder its broader adoption in educational settings. To address these limitations, this work reports the development of an extremely simple and low-cost experimental setup capable of producing, observing, and controlling electrically charged mineral oil droplets under the action of a uniform electric field. The adopted methodology is based on measuring the rising and falling velocities of charged droplets, recorded using a smartphone equipped with a magnifying lens. The videos were analyzed using the Tracker software. To process the large volume of generated data, specialized software for this experiment, named Facillikan, was developed. It automates the calculation of droplet charges and radii, the propagation of experimental uncertainties, and the construction of $q \times r$ plots with histograms. Through systematic tests, data were obtained whose quality is comparable to that of a commercial didactic set. The results are also discussed in terms of potential sources of uncertainty and their implications for didactic applications.

Keywords: Millikan experiment, Elementary charge, Low-cost experiment, Facillikan.

1. Introdução

O experimento da gota de óleo de Robert Millikan [1] é central no desenvolvimento da Física Moderna devido à sua importância para a determinação da carga elétrica elementar [2]. Sua relevância histórica e conceitual, aliada a uma formulação experimental elegante, motivou o surgimento de diversas versões didáticas comerciais, as quais são frequentemente incorporadas aos currículos de cursos universitários [3–5]. No entanto, apesar de sua adoção educacional, a reprodução do experimento

em sala de aula frequentemente não resulta em dados suficientemente precisos ou convincentes, sendo comumente descrita como visualmente cansativa, operacionalmente demorada e suscetível a grandes dispersões experimentais, sobretudo em termos da determinação da carga elétrica elementar [6–10]. Durante décadas, diferentes abordagens têm sido propostas para aprimorar o experimento, incluindo a utilização de iluminação laser [11], emprego de computadores para tratamento de dados [12], uso de câmeras digitais para registro [13], técnicas de videoanálise [14, 15] e simulações computacionais [16]. No entanto, apesar das discussões metodológicas, ainda são escassos os trabalhos que apresentam alternativas aos conjuntos didáticos comerciais, cujos

*Endereço de correspondência: tiago.castro@ifb.edu.br

Editor-Chefe: Marcello Ferreira

valores podem chegar a dezenas de milhares de reais, tornando-os pouco acessíveis a instituições com orçamentos mais modestos. Até onde sabemos, apenas os trabalhos de Ogborn (1971) [8] e Coelho (1988) [17] se destinaram a propor versões alternativas do experimento de Millikan. Entretanto, o aparato de Ogborn requer o uso de microscópio didático comercial e fonte de alta tensão, enquanto o trabalho de Coelho apresenta descrição limitada do aparato construído e resultados pouco detalhados quanto à determinação da carga elétrica elementar. Além disso, o desenvolvimento tecnológico das últimas décadas, especialmente em relação à popularização de *smartphones*, *softwares* e lasers de baixo custo, trouxe novas possibilidades não disponíveis nas décadas de 1970 e 1980.

No que diz respeito às abordagens para reduzir o esforço experimental do experimento didático de Millikan, o uso do *software Tracker* apresenta grande potencial [15, 18]. Trata-se de um *software* livre de videoanálise, amplamente utilizado no ensino de Física, que permite o rastreamento da posição de objetos quadro a quadro, gerando automaticamente dados de posição, velocidade e aceleração. No contexto do experimento de Millikan, sua utilização reduz significativamente o cansaço visual e minimiza erros associados ao tempo de reação do operador, contribuindo para a melhoria da qualidade dos resultados [10]. No entanto, uma análise satisfatória do experimento de Millikan depende do rastreo e cálculos de parâmetros referentes a dezenas de gotas, permanecendo um processo demorado mesmo com o auxílio do *Tracker*. Dessa forma, torna-se relevante o desenvolvimento de uma ferramenta computacional complementar capaz de processar diretamente os dados de videoanálise e automatizar os cálculos relacionados ao experimento.

Neste contexto, este trabalho apresenta o desenvolvimento de um aparato experimental funcional de baixo custo para a realização do experimento da gota de óleo de Millikan, concebido como alternativa acessível aos conjuntos comerciais disponíveis. O aparato proposto utiliza componentes extremamente simples para possibilitar a observação e a análise do movimento das gotas. Adicionalmente, foi desenvolvida uma ferramenta computacional capaz de processar diretamente os dados obtidos por videoanálise, automatizando o cálculo do raio das gotas, da carga elétrica, da propagação de incertezas e da organização gráfica dos resultados. Em conjunto, essas contribuições visam reduzir o tempo e o esforço envolvidos na execução do experimento, aumentar a consistência dos resultados e tornar sua implementação viável para instituições educacionais com recursos limitados.

2. Sobre o Experimento Didático da Gota de Óleo de Millikan

Os experimentos didáticos para medição da carga elétrica elementar empregam versões modificadas e

simplificadas do experimento original de Robert Andrews Millikan [1, 7]. Em comum com o experimento primordial está o fato de usarem pequenas gotas de óleo mineral ou silicone líquido que são introduzidas por um borrifador (atomizador), através de um orifício, entre duas placas paralelas de um capacitor metálico. Dentre as possíveis abordagens, uma das mais simples utiliza o fato de que uma fração das gotas adquire carga elétrica no processo de atomização, em decorrência de efeitos triboelétricos¹. Nessas condições, através da inversão da polaridade do capacitor, é possível fazer com que as gotas carregadas se movimentem para cima ou para baixo sob a influência do campo elétrico. Em situações bem controladas, assume-se que a gota atinge rapidamente o regime de velocidade terminal, passando a se deslocar com velocidade constante tanto no movimento ascendente como no descendente. No entanto, é necessário ressaltar que nesta abordagem, *a priori*, não se conhecem os raios (r) e as cargas elétricas totais (q) das gotas em movimento. Ainda assim, considerando o equilíbrio das forças e a esfericidade das gotas, é possível determinar estas grandezas a partir de suas velocidades de subida (v_s) e descida (v_d), obtendo

$$q = \alpha \frac{v_d + v_s}{U} \sqrt{v_d - v_s} \quad (1)$$

e

$$r = \beta \sqrt{v_d - v_s}, \quad (2)$$

onde α e β valem $\alpha = \frac{9}{2} \pi d \sqrt{\frac{\eta^3}{g(\rho_g - \rho_a)}}$ e $\beta = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{\eta}{g(\rho_g - \rho_a)}}$. Nestas equações, ρ_g é a densidade do material que compõe a gota (em kg/m^3), ρ_a é a densidade do ar (em kg/m^3), U é a tensão aplicada entre as placas do capacitor (em V), d é a distância entre estas placas (em m), η é a viscosidade do ar (em $\text{kg/m} \cdot s$).

Apesar das Equações (1) e (2) serem amplamente utilizadas em uma das abordagens possíveis para o experimento da carga elétrica elementar, pouco se discute, em atividades de ensino, sobre as incertezas associadas a estas expressões. Assim, considerando os erros experimentais associados às velocidades de subida (δv_s), descida (δv_d) e distância entre as placas do capacitor (δd), pode-se aplicar as fórmulas usuais de propagação

¹ Quando líquidos de baixa condutividade elétrica, como o óleo mineral, são atomizados por meio de um bocal, ocorre eletrização por escoamento, fenômeno associado à separação de cargas na interface sólido-líquido durante o fluxo. Esse efeito tende a ser mais significativo para gotas de menor diâmetro, devido à maior razão área superficial/volume. A magnitude da carga adquirida depende de diversos fatores, incluindo o perfil de velocidade próximo à parede, do regime de escoamento (laminar ou turbulento), das propriedades físico-químicas do líquido (como condutividade e pH), bem como da presença de impurezas ou contaminantes. A complexidade dos mecanismos envolvidos faz com que nem sempre haja concordância entre previsões teóricas e resultados experimentais, razão pela qual diferentes modelos são propostos na literatura. Para uma discussão detalhada do fenômeno, ver a Referência [19].

de erros [20] para se obter as incertezas referentes às cargas (δq) e aos raios (δr) das gotas,

$$\delta q = \sqrt{(I + F)^2 \delta v_d^2 + (I - F)^2 \delta v_s^2 + \left(\frac{2U^2 I^2 F}{\alpha^2 d} \right)^2 \delta d^2} \quad (3)$$

e

$$\delta r = \frac{\beta}{2} \sqrt{\frac{\delta v_d^2 + \delta v_s^2}{v_d - v_s}}, \quad (4)$$

onde $I = \frac{\alpha}{U} \sqrt{v_d - v_s}$ e $F = \frac{\alpha}{2U} \frac{(v_d + v_s)}{\sqrt{v_d - v_s}}$. As Equações de (1) a (4) são demonstradas no Material Suplementar deste artigo.

3. Descrição Experimental

3.1. Montagem da câmara de Millikan de baixo custo

Os principais desafios associados ao desenvolvimento de um aparato de Millikan de baixo custo concentram-se na construção de um capacitor de placas paralelas com geometria adequada, na produção, eletrização e visualização de gotas individuais, bem como na aplicação de tensões elétricas suficientemente elevadas para permitir a inversão controlada do sentido de seu movimento [8]. A Figura 1 mostra imagens do aparato experimental desenvolvido neste trabalho. Para viabilizar a observação das gotas no interior da câmara, foi utilizada uma lente

de aumento comercial destinada ao uso em *smartphone* (*Led Cellphone Microscope NO.9882-W1*), capaz de fornecer ampliação óptica de $60\times$. Em função de sua curta distância focal, o orifício de entrada das gotas no sistema de placas paralelas foi posicionado próximo à borda de uma das placas, conforme ilustrado na Figura 1(a). Este orifício foi feito de maneira simples, com o auxílio de um martelo e pequeno prego, apresentando diâmetro aproximado de 1,1 mm, estimado com o uso da própria lente de ampliação. Como mostram os painéis (b) e (c) da Figura 1, a câmara foi montada a partir da união de dois segmentos de tubo de PVC (policloreto de vinila), cada um com 2 cm de altura e diâmetro externo de 50 mm, correspondente ao padrão comercial de $1\frac{1}{2}$ polegadas. Placas circulares de latão (de 0,25 mm de espessura) foram recortadas, lixadas e fixadas aos tubos por meio de adesivo epóxi, constituindo as armaduras do capacitor responsável pela geração de um campo elétrico aproximadamente uniforme no interior da câmara. A separação entre as placas, a vedação do sistema e a visualização da região interna foram asseguradas por uma proteção plástica confeccionada com segmentos de garrafa PET (politereftalato de etileno) transparente. Durante os experimentos, a distância média entre as placas foi de (2.9 ± 0.1) mm. Para a formação das gotas, utilizou-se óleo mineral atomizado por um borrifador confeccionado a partir do reservatório de um *spray* nasal. A saída do borrifador foi conectada, por meio de segmentos de mangueira de látex (N° 202, diâmetro de 7,0 mm), à região próxima ao orifício de entrada entre as placas do capacitor, conforme indicado na Figura 1(d). O jato foi impulsionado por uma válvula do tipo pera. Antes do início das medidas, a parte superior da câmara foi coberta com um filme plástico transparente, fixado com ligas elásticas, com o objetivo de minimizar correntes de ar no interior do sistema. Informações adicionais para a montagem do aparato de Millikan de baixo custo são apresentadas no Material Suplementar deste artigo.

Para a execução do experimento e a coleta dos dados, utilizou-se a montagem mostrada na Figura 2. Para iluminação das gotas, empregou-se inicialmente uma lâmpada dicróica externa (não mostrada). Posteriormente, foram empregados dois apontadores laser posicionados lateralmente à câmara e focalizados na região de lançamento das gotas. Como é possível observar, a câmara de Millikan e os apontadores laser foram sustentados por um sistema de hastes e garras de laboratório. A visualização das gotas na câmara foi feita usando um *smartphone* (*Xiaomi Redmi 11 S*) operando em modo Pro, com a lente de ampliação óptica de $60\times$ acoplada. As gravações foram feitas em resolução de 1920×1080 pixels com controle manual do ISO e do foco.

A polarização elétrica das placas do capacitor requer a aplicação de tensões contínuas (DC) superiores a 300 V. Considerando que fontes de alimentação comerciais de laboratório tipicamente operam até valores da ordem de 30 V, foi empregado um módulo conversor DC-DC de

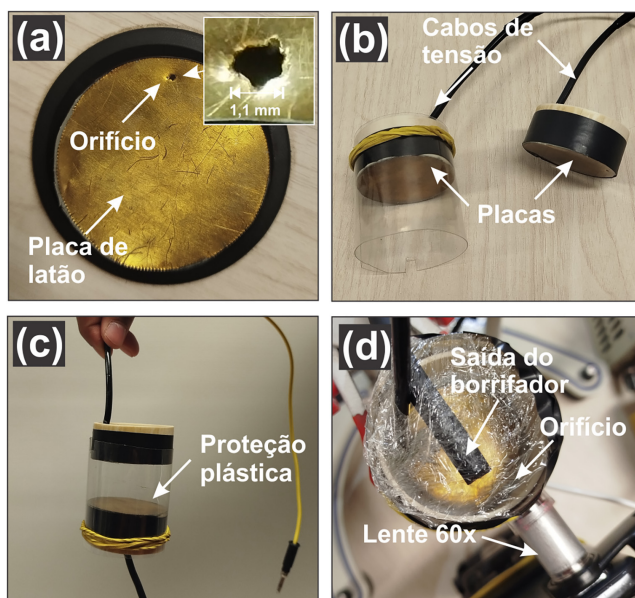


Figura 1: (a) Placa de latão acoplado ao suporte superior (oculto nessa perspectiva) com orifício para entrada das gotas; (b) partes inferior e superior da câmara de Millikan e (c) sua montagem; (d) perspectiva superior da câmara com destaque para saída do borrifador, indicação do orifício de entrada e lente de ampliação (d).

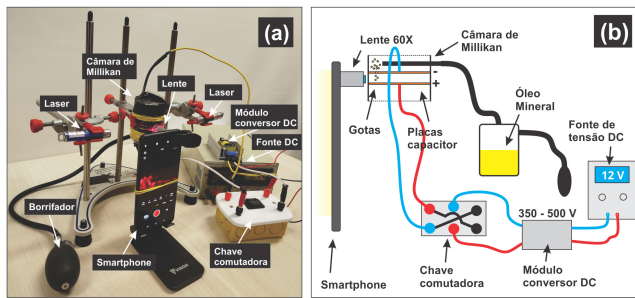


Figura 2: (a) Montagem completa e (b) esquema do aparato de Millikan de baixo custo.

alta tensão do tipo *step-up*. O conversor foi alimentado por uma fonte DC (*Tektronix PWS2326*), ajustada para uma tensão de entrada de 12,0 V, conforme indicado nas Figuras 2, fornecendo na saída tensões ajustáveis, por meio de um *trimpot*, na faixa aproximada de 190 V a 510 V. Devido a operar com tensão elevada, uma série de cuidados precisam ser tomados ao se utilizar o módulo conversor DC-DC, mesmo após a fonte de tensão ser desligada². Para permitir a inversão da polaridade aplicada ao capacitor e, conseqüentemente, o controle do sentido de movimento das gotas, foi desenvolvida uma chave comutadora, utilizando interruptor tipo gangorra, caixa elétrica, cabos e conectores tipo banana fêmea. O custo total do aparato desenvolvido neste trabalho, para o ano de 2025, foi estimado em R\$ 380,00. Detalhes construtivos desse sistema e tabela detalhada de custos são apresentados no Material Suplementar.

3.2. Coleta de dados

A execução do experimento consistiu na atomização de gotas de óleo mineral no interior da câmara de Millikan e no controle do sentido de seu movimento por meio da inversão da polarização das placas do capacitor, submetidas a diferentes diferenças de potencial ao longo da atividade, a saber: 350 V, 400 V, 450 V e 500 V. O movimento das gotas carregadas, registrado com *smartphone*, foi posteriormente analisado com o auxílio do *software Tracker*. Para a coleta dos dados empregados na construção dos gráficos deste trabalho, a câmara foi iluminada com apontadores laser.

² Principais cuidados: manter a bancada seca e sem a presença de objetos metálicos soltos; manter as placas do capacitor com a separação mínima de 3 mm, isoladas dentro do sistema e com bordas arredondadas; ajustar a câmara desacoplada do conversor; não tocar as placas; não aproximar o rosto das partes energizadas, mantendo distância mínima de 30 cm e operando apenas com uma das mãos; aguardar pelo menos 30 s após o desligamento antes de efetuar qualquer operação com o sistema; descarregar as placas usando resistores de descarga após o desligamento. Para isso, sugere-se o uso de dez resistores de 2,2 MΩ, 1/4 W em série, isolados e conectados a bornes simples. Para uso mais seguro, recomenda-se também isolar o conversor DC-DC dentro de caixa plástica ou de acrílico para evitar toque acidental em partes energizadas.

Em relação às constantes empregadas, adotou-se $\rho_a = 1,03 \text{ kg/m}^3$, $\rho_g = 835,27 \text{ kg/m}^3$ e $\eta = 1,85 \cdot 10^{-5} \text{ kg/m} \cdot \text{s}$. Para correção de Cunningham, a pressão atmosférica local usada foi de $p = 89,2 \text{ kPa}$ e a constante $b = 8,2 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{m}$ utilizada conforme a Referência [3]. A coleta dos dados apresentados neste trabalho foi feita ao longo de três dias consecutivos, em ambiente com temperatura média de $25 \pm 2^\circ\text{C}$, continuamente monitorada e controla por ar-condicionado. O valor de η foi extraído do gráfico da viscosidade dinâmica do ar seco em função da temperatura, disponível na Referência [3]. A densidade do óleo mineral (ρ_g) foi adotada conforme especificado no rótulo do produto e verificada experimentalmente por meio da determinação da massa e do volume de uma fração do líquido, utilizando proveta graduada e balança analítica. Considerando sua baixa influência nos resultados finais, a densidade do ar foi estimada pela equação dos gases ideais, para as condições experimentais, resultando no valor $\rho_a = 1,03 \text{ kg/m}^3$.

No *Tracker*, o procedimento básico consistiu na identificação de gotas carregadas e no rastreamento manual de suas trajetórias ao longo de, pelo menos, um movimento de subida e um de descida. A calibração espacial das imagens foi realizada considerando a distância visível no plano de movimento das gotas, a qual é delimitada pela imagem desfocada da parte exterior da câmara de Millikan, isto é, das placas superior e inferior do aparato. Para determinação desta distância, inseriu-se um grafite escolar de 0,7 mm de diâmetro no orifício de entrada das gotas na placa superior, conforme mostra a Figura 3(a), a qual exibe uma janela do *software Tracker*. A partir da calibração desta imagem de referência com base no diâmetro do grafite, utilizou-se a ferramenta de “Fita métrica” do *software* para determinar que a extensão visível no plano de movimento da gota corresponde a 2,103 mm. Esse valor foi então adotado como referência para a calibração espacial dos vídeos, conforme mostrado na Figura 3(b).

Seguindo os procedimentos descritos, foram rastreadas 101 gotas. Para cada gota analisada, foi gerado um arquivo no formato .txt, contendo duas colunas correspondentes ao tempo e à componente vertical da velocidade (v_y). Todas as gotas carregadas que permaneceram em foco durante ao menos uma subida e uma descida foram consideradas na análise, sem a aplicação prévia de critérios de seleção baseados na velocidade.

Para o tratamento do grande volume de dados gerados e a implementação de rotinas adicionais de análise, foi desenvolvido um *software* em linguagem Python, denominado *Facillikan*. Por meio desse programa, os dados de velocidade das gotas foram processados para a obtenção de distribuições de carga elétrica (q) em função do raio (r), conforme discutido ao longo deste trabalho, especialmente nas Seções 4.2 e 4.3. Para a validação dos resultados, realizou-se a comparação com dados obtidos a partir de um aparato comercial da

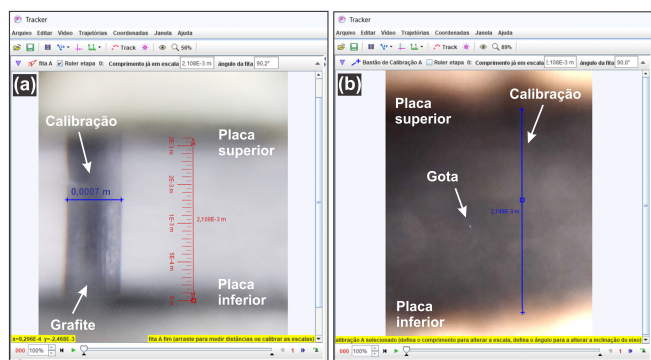


Figura 3: (a) Calibração espacial da imagem utilizando grafite de 0,7 mm, com determinação da distância aparente entre as placas superior e inferior. (b) Calibração de imagem contendo uma gota a partir do resultado obtido em (a).

marca *Phywe*, modelo P2510100 [4]. Nesse procedimento, seguiram-se as orientações descritas no manual do fabricante; contudo, incorporaram-se adaptações metodológicas, incluindo a filmagem do movimento das gotas com *smartphone*, a videoanálise por meio do *software Tracker* e o processamento dos dados utilizando o *Facillikan*.

4. Resultados e Discussão

4.1. Sobre a observação e o controle das gotas carregadas

O uso da levitação eletrostática como estratégia para obtenção da carga elementar é um dos aspectos que conferem ao experimento de Millikan sua simplicidade e elegância experimental [1]. Contudo, a observação e o controle elétrico do movimento de gotas com raios da ordem 10^{-7} m e velocidades de aproximadamente 10^{-5} m/s, especialmente por meio de materiais de baixo custo, constituem um desafio significativo. Certamente este fator ajuda a explicar o reduzido número de trabalhos que relatam o desenvolvimento de aparatos alternativos para a realização desse experimento. Embora a visualização da dinâmica do movimento das gotas eletricamente carregadas seja a base do sucesso do experimento e represente o aspecto mais atrativo do ponto de vista didático, a imagem da Figura 4 ilustra de forma estática como os resultados dinâmicos são observados. Para montar esta imagem, um fragmento de vídeo com o movimento de subida e descida de uma gota foi transformado em uma imagem estroboscópica através de ferramenta disponível no *software Tracker*. O movimento foi observado em uma progressão de 5 quadros entre cada captura. Pela imagem, fica evidente que a gota em queda tem uma velocidade superior à sua velocidade de subida. Enquanto na subida a gota aparece 25 vezes de forma mais clara, na descida são apenas 4 capturas, estando a imagem da gota mais borrada por conta de sua velocidade superior. A imagem também

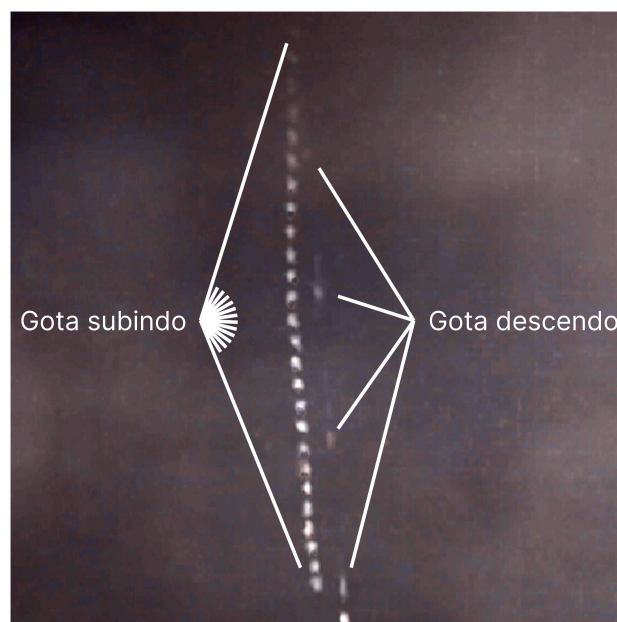


Figura 4: Imagem estroboscópica das trajetórias de subida e descida de uma gota carregada, observada pelo aparato de baixo custo, iluminada com lâmpada dicróica.

sugere ausências de aceleração nos movimentos de subida e descida (excluindo-se a transição), destacando que o modelo de velocidade terminal para o movimento das gotas na câmara de Millikan também é adequado para o experimento realizado através do aparato de baixo custo. Um vídeo compilando registros do movimento real de gotas obtidos com o aparato está disponível no Material Suplementar deste trabalho. Destaca-se que a imagem da Figura 4 foi obtida pela iluminação da câmara de Millikan usando lâmpada dicróica posicionada externamente, sem o emprego feixes laser. A lâmpada foi mantida a uma distância de aproximadamente 50 cm do aparato, de modo a minimizar efeitos indesejados de aquecimento do meio gasoso no interior da câmara. Embora aparatos comerciais frequentemente utilizem microscópios compostos com ampliações da ordem de $100\times$, os resultados obtidos demonstram que o emprego de uma lente de baixo custo, com ampliação de $60\times$, é suficiente para a visualização adequada do movimento das gotas. A importância do sistema de ampliação óptica para a viabilização didática do experimento de Millikan já foi tratada na literatura [8].

No que diz respeito à natureza do movimento das gotas carregadas no interior da câmara, a Figura 5 apresenta a janela do *Tracker* com o gráfico da componente vertical da velocidade (v_y) em função do tempo. Essa imagem foi obtida a partir de filmagens realizadas com iluminação por apontadores laser vermelhos, configuração que se mostrou mais eficiente para a visualização de um maior número de gotas de forma concomitante, sem a necessidade contínua de correções do foco durante o movimento [11]. Além disso, a iluminação via

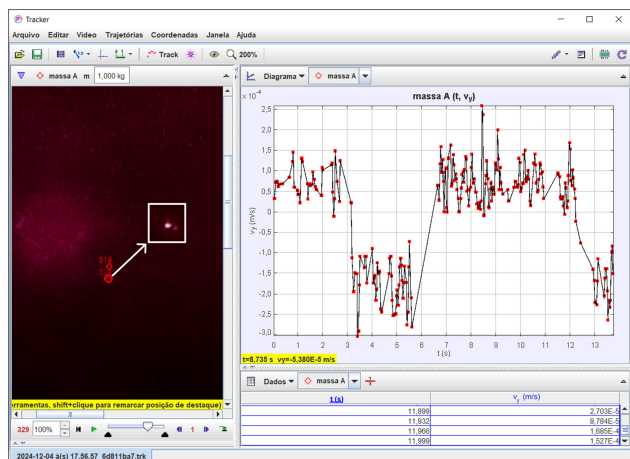


Figura 5: Videoanálise do movimento de uma gota com gráfico de velocidade vertical em função do tempo (à direita). Quadrado branco à esquerda, indicado por seta, mostra uma gota no aparato iluminada com apontadores lasers.

laser não aquece a região interna da câmara, evitando o surgimento de correntes de convecção ou variações pontuais nos valores da densidade e da viscosidade do ar. O gráfico da Figura 5 também confirma que a transição entre os movimentos de subida e descida ocorre de forma aproximadamente instantânea, enquanto cada um desses movimentos se dá com velocidade praticamente constante. Destaca-se aqui a relevância do uso de ferramentas de videoanálise, uma vez que tal constatação seria difícil de ser confirmada visualmente. Além disso, a rápida mudança do sentido de movimento das gotas evidencia também que o conjunto formado pelo conversor DC e pela chave comutadora permite a inversão da polaridade do capacitor em intervalos de tempo desprezíveis. Por fim, destaca-se que o módulo conversor DC também pode ser alimentado por uma fonte chaveada de 12 V. Nestas condições, a faixa de tensão de saída é idêntica àquela obtida usando a fonte DC ajustável.

4.2. Análise dos dados utilizando *software Facillikan*

Conforme já ressaltado, a análise consistente do experimento de Millikan exige o processamento de um grande número de gotas, tornando o tratamento manual dos dados moroso [1, 6–10]. Embora o *Tracker* facilite a extração das velocidades [15], a determinação das cargas, dos raios e das incertezas ainda demanda esforço significativo. Para contornar essa limitação, foi desenvolvido o *software Facillikan*, que automatiza a aplicação das Equações (1) e (2), bem como calcula seus erros experimentais. O programa dispõe de uma interface gráfica, voltada à utilização em atividades didáticas, conforme ilustrado na Figura 6, na qual são inseridos os parâmetros físicos necessários à análise, tais como densidade da gota, densidade do ar, viscosidade do ar e distância entre as placas do capacitor. O *software* também permite selecionar a orientação da imagem analisada, recurso relevante para acomodar outras configurações experimentais que empregam imagem invertida. O *Facillikan* foi concebido como uma ferramenta independente do aparato experimental utilizado, sendo aplicável tanto aos dados obtidos com o sistema de baixo custo apresentado neste trabalho quanto àqueles provenientes de montagens comerciais do experimento da gota de óleo de Millikan. O *software* encontra-se registrado junto ao Instituto Nacional da Propriedade Industrial (INPI) sob o número BR512025004168-3 e está disponível para *download* conforme Material Suplementar deste artigo.

O funcionamento do *Facillikan* baseia-se na leitura de arquivos no formato *.txt*, exportados do *software Tracker*, contendo valores de velocidade vertical instantânea e seus respectivos instantes de tempo. Cada arquivo pode conter registros de uma ou mais alternâncias entre regimes de movimento, isto é, inversões de movimentos de subida e descida. Para a análise em lote, os arquivos correspondentes a cada gota devem ser armazenados em um mesmo repositório. O valor da tensão

Preencha com seus dados

Parâmetros

Densidade da gota (Kg/m³): 0.00

Densidade do ar (Kg/m³): 0.00

Viscosidade do ar (10⁻³ Kg/(m.s)): 0.00

Distância entre as placas (m): 0.0000

Erro experimental da distância (m): 0.00000

Correção via fator de Cunningham ☐ Utilizar?

Pressão Atmosférica (Pa): 0.00

Voltagem

0.00

Selecione a pasta onde estão os arquivos .txt:

O caminho da pasta aparecerá aqui quando selecionada

Executar ☐ As gravações foram feitas em um microscópio com imagem invertida?

Facillikan

Figura 6: Janela do *software Facillikan* desenvolvido para análise automatizada do experimento de Millikan.

aplicada no experimento é informado automaticamente ao programa por meio dos três primeiros caracteres do nome do arquivo *.txt*, o que permite ao *Facillikan* processar grandes conjuntos de dados sem a necessidade de inserção manual desse parâmetro para cada gota analisada. A análise dos arquivos é realizada por meio de um algoritmo de “varredura”, desenvolvido para identificar automaticamente os trechos correspondentes aos movimentos de subida e descida das gotas. Neste processo, o algoritmo percorre cada valor de velocidade considerando uma janela local composta pelos cinco pontos anteriores e pelos cinco pontos posteriores, de forma a avaliar o valor atual a partir de sua vizinhança. Se a maioria dos valores de velocidade for positivo, o ponto é classificado como positivo, ou seja, velocidade de subida. De forma análoga, se predominarem valores negativos, o ponto é classificado como velocidade de descida. Caso a quantidade de valores positivos e negativos em sua vizinhança seja igual, o ponto é descartado das etapas subsequentes de cálculo de média e desvio padrão, uma vez que deve se tratar de um ponto de transição entre regimes (movimento acelerado). Ao final deste passo, obtêm-se dois conjuntos distintos de dados por gota: um correspondente às velocidades de subida e outro às velocidades de descida. Em seguida, o algoritmo calcula a média e o desvio padrão de cada um dos grupos. Esses parâmetros são, então, utilizados como critério de filtragem para remover valores discrepantes, associados tanto a flutuações estatísticas quanto aos trechos de inversão do sentido do campo elétrico. Portanto, os valores que se encontram fora do intervalo definido por ± 1 desvio padrão em torno da média são desconsiderados. Destaca-se que, nesta etapa, estes cálculos têm caráter exclusivamente filtrante. Após a remoção dos *outliers*, os conjuntos refinados são novamente analisados, sendo então calculadas as médias finais das velocidades e os respectivos desvios padrão da média, que são adotados como estimativas das velocidades características e de seus erros aleatórios.

Para ilustrar, a Figura 7 apresenta uma janela do *Facillikan* exibindo o gráfico da velocidade vertical de uma gota em função do tempo, no qual se observa uma gota que alternou movimentos de subida e descida duas vezes ao longo de um intervalo de ~ 10 s. Nesse gráfico, os pontos associados ao movimento de subida foram destacados automaticamente em vermelho pelo *Facillikan*, enquanto aqueles referentes à descida são indicados em azul. Os pontos em cinza foram excluídos pelo algoritmo por se desviam significativamente da média de cada grupo ou por estarem na região de inversão dos movimentos de subida e descida, onde a gota não se encontra na condição de velocidade terminal. Portanto, observa-se que o algoritmo consegue detectar automaticamente os dados de interesse para análises subsequentes do experimento de Millikan.

Além da filtragem interna dos pontos de velocidade em cada arquivo de movimento individual, o *Facillikan*

também descarta automaticamente da análise gotas que apresentem velocidades médias de subida superiores às de descida, uma condição fisicamente inesperada em situações normais de execução do experimento e que pode indicar a presença de perturbações externas, como correntes de convecção [1]. O algoritmo também desconsidera conjuntos de dados que contenham menos de dez valores de velocidade instantânea por grupo de subida ou descida.

Após os processos de filtragem dos dados, os cálculos de carga (q), raio (r) e propagação de incertezas são executados e a distribuição de carga em função do

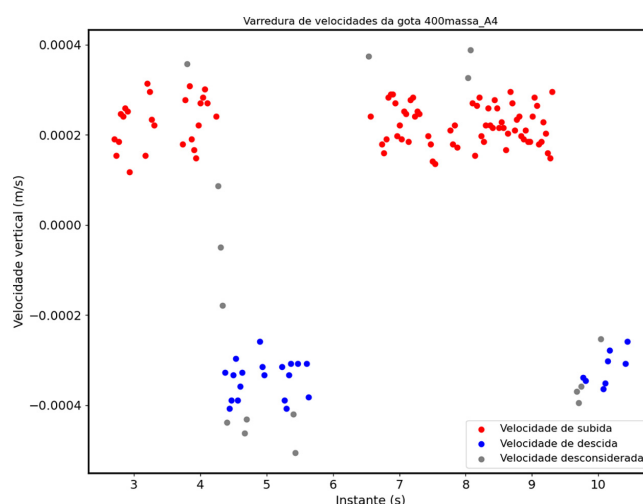


Figura 7: Janela do software *Facillikan* mostrando exemplo de distinção de grupos de velocidades instantâneas. Pontos vermelhos e azuis foram interpretados como velocidades de subida e descida, respectivamente. Pontos cinzas representam valores desconsiderados.

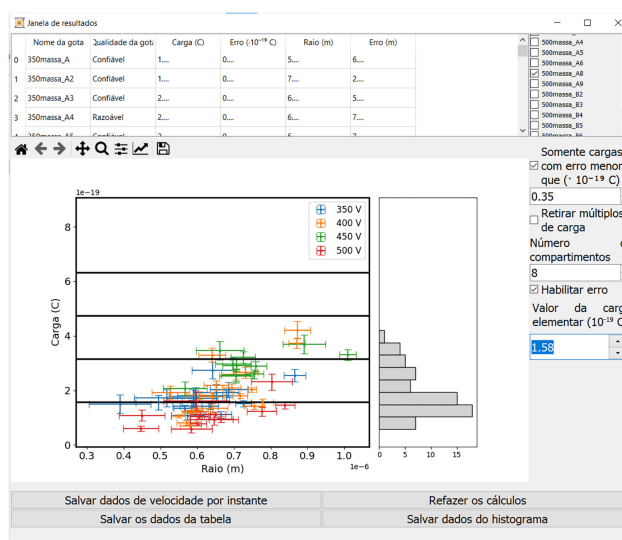


Figura 8: Janela do software *Facillikan* com distribuição de gotas com diferentes cargas e raios com limite de erro experimental de $0,35 \cdot 10^{-19}$ C.

raio é construída (conforme Figura 8). Uma função importante introduzida no *software* é a exibição de barras de erro para pontos de carga/raio, o que permite uma avaliação visual imediata da confiabilidade dos resultados experimentais. O programa também sobrepõe ao gráfico linhas horizontais igualmente espaçadas, que permitem a comparação qualitativa dos dados em relação a um determinado valor de carga elementar ajustável. O espaçamento vertical dessas linhas pode ser ajustado pelo usuário por meio do campo (*“Valor da carga elementar ($10^{-19} C$)”*), possibilitando escolher o valor aceito para e ($1,60 \cdot 10^{-19} C$) ou outro resultado que melhor corresponda qualitativamente aos dados. Além disso, o *Facillikan* permite a exclusão seletiva de pontos individuais ou a remoção automática de conjuntos de dados com base em um critério de tolerância para as incertezas referentes às cargas. Neste último caso, o usuário define um valor máximo admissível no campo *“Somente cargas com erro menor que ($10^{-19} C$)”*, sendo descartados do gráfico os dados que excedem esse limite. Por fim, foi implementada uma ferramenta de histograma lateral, na qual o número de compartimentos pode ser definido pelo usuário, com o objetivo de facilitar a análise da distribuição dos valores de carga. Esse histograma auxilia na identificação de regiões de maior densidade de ocorrências, permitindo avaliar a concordância entre os resultados experimentais e previsões teóricas.

4.3. Sobre a qualidade dos dados obtidos utilizando o aparato de baixo custo

O aparato desenvolvido neste trabalho baseia-se em uma abordagem simplificada do experimento de Millikan, na qual são determinadas exclusivamente as velocidades de subida e descida das gotas sob ação do campo elétrico uniforme. Além disso, não é possível alterar a carga elétrica das gotas durante seu movimento por meio de uma fonte de radiação. Esta metodologia é utilizada por um dos principais fabricantes de aparatos didáticos [4]. Devido à utilização de materiais de baixo custo na construção da câmara de Millikan, torna-se necessário avaliar criticamente a qualidade dos dados experimentais, incluindo as etapas de extração e processamento realizadas por meio dos *softwares Tracker* e *Facillikan*. Um ponto de atenção refere-se à possível não uniformidade do campo elétrico na região de análise, especialmente em virtude da proximidade entre o orifício de injeção das gotas e a borda da placa superior, o que pode introduzir efeitos de borda e distorções no campo. Com o objetivo de investigar essa hipótese, foram analisadas as componentes vertical e horizontal das posições e velocidades de gotas submetidas a uma diferença de potencial de 350 V. Na Figura 9(a), as curvas em vermelho representam a evolução temporal da posição vertical, enquanto as curvas em preto correspondem à posição horizontal das gotas, conforme obtido via *Tracker*. Observa-se que as componentes verticais exibem um

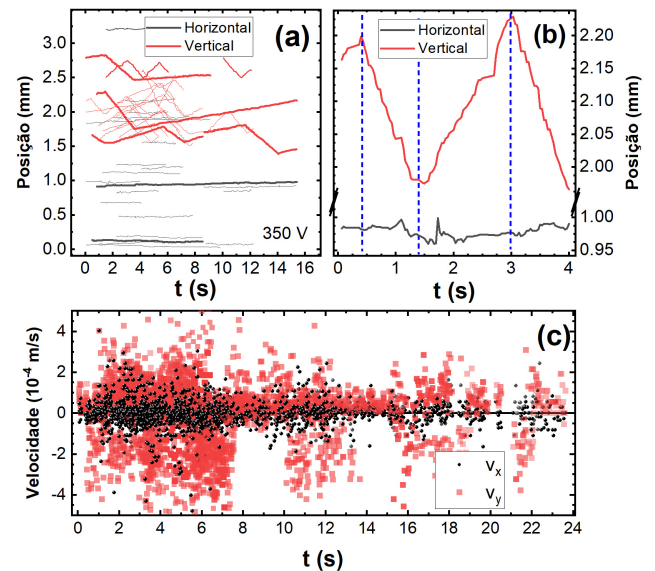


Figura 9: (a) Mapeamento da posição de diversas gotas ao longo do tempo obtido através de videoanálise. Linhas vermelhas indicam o movimento vertical, enquanto linhas pretas o movimento horizontal da gota. (b) Detalhe do deslocamento horizontal e vertical de uma gota individual, com linhas tracejadas azuis indicando instantes em que ocorrem as inversões de polarização. (c) Pontos de velocidade vertical (quadrados vermelhos) e horizontal (esferas pretas) obtidos via *software Tracker*.

comportamento oscilatório em formato de ziguezague, diretamente associado à inversão periódica da polaridade do capacitor. Em contraste, as componentes horizontais permanecem aproximadamente constantes ao longo do tempo, indicando ausência de deslocamento significativo na direção x . Na Figura 9(b), são apresentadas as componentes do movimento para uma única gota representativa. As linhas verticais tracejadas em azul indicam os instantes de inversão da polaridade. Verifica-se que a amplitude do movimento horizontal é substancialmente inferior à da componente vertical, além de não apresentar correlação com as inversões do campo elétrico aplicado. A Figura 9(c) apresenta as componentes das velocidades vertical e horizontal (pontos de velocidade) para as 27 gotas analisadas. Como pode ser observado, as velocidades horizontais (esferas pretas) distribuem-se aproximadamente de forma simétrica em torno do eixo zero vertical, com baixa amplitude, enquanto as velocidades verticais (quadrados vermelhos) assumem valores mais elevados e exibem distribuições assimétricas relacionadas à inversão do sentido do movimento. Caso o campo elétrico apresentasse heterogeneidades significativas, seriam esperadas variações sistemáticas nas componentes horizontais da velocidade ao longo do tempo, bem como mudanças de tendência associadas à inversão do campo. No entanto, tais efeitos não são observados. Dessa forma, a análise das componentes horizontais fornece evidências de que eventuais distorções do campo elétrico podem ser consideradas desprezíveis

dentro da região efetiva de medição. Adicionalmente, os resultados indicam que efeitos convectivos do ar não exercem influência significativa sobre a dinâmica das gotas. Ensaios de monitoramento térmico, realizados com termopares (ver Material Suplementar), mostraram que eventuais elevações de temperatura após 30 minutos de operação permanecem dentro da incerteza instrumental dos sensores empregados ($\pm 1^\circ\text{C}$), não sendo suficientes para induzir correntes de convecção mensuráveis no sistema.

Na Figura 10(a) são apresentados gráficos de $q \times r$ para os dados obtidos com o aparato de baixo custo e com o sistema experimental comercial da *Phywe*. Em ambos os casos, foi empregada a metodologia de inversão periódica do campo elétrico, com registro do movimento das gotas por meio de *smartphone* e posterior análise utilizando os *softwares Tracker* e *Facillikan*. Observa-se que, para ambos os sistemas, os dados experimentais distribuem-se em torno de níveis aproximadamente horizontais, indicados por linhas pontilhadas, os quais correspondem a múltiplos inteiros da carga elétrica elementar. No caso do aparato de baixo custo, verifica-se predominância de gotas com uma ou duas cargas elementares, enquanto, no sistema comercial, observa-se uma distribuição mais ampla, com maior diversidade de estados de carga. Do ponto de vista da dispersão dos dados, a comparação entre os dois conjuntos revela comportamento semelhante, não sendo identificadas diferenças qualitativas nos resultados. Esse aspecto sugere que, apesar das limitações construtivas, o aparato de baixo custo é capaz de reproduzir, de forma consistente, as principais características experimentais do método. Adicionalmente, nota-se que o aparato de baixo custo tende a apresentar valores sistematicamente menores de carga para gotas de raios comparáveis. Esse comportamento pode estar relacionado a diferenças no processo de atomização, bem como às propriedades físico-químicas

do fluido utilizado. No sistema comercial emprega-se silicone líquido, enquanto, no aparato desenvolvido neste trabalho, foi utilizado óleo mineral, conforme previamente discutido. Propriedades como viscosidade, densidade e tensão superficial influenciam diretamente tanto a distribuição de tamanhos das gotas quanto os mecanismos de eletrização, impactando, consequentemente, os valores de carga obtidos [19].

Em uma abordagem de primeira ordem, a utilização das Equações (1) e (2) é suficiente para a determinação das cargas elétricas e dos raios das gotas no experimento de Millikan. Contudo, uma análise mais rigorosa requer a correção da força de arrasto prevista pela lei de Stokes, por meio da introdução do fator de deslizamento de Cunningham [21]. Essa correção torna-se necessária quando o raio das gotas é da ordem do caminho livre médio das moléculas do ar, invalidando a condição de não deslizamento na interface fluido-partícula. Para incorporar esse efeito, introduz-se um fator multiplicativo no termo de arrasto viscoso, equivalente a uma viscosidade efetiva do meio, preservando a forma da lei de Stokes e incluindo os efeitos de rarefação. Assim, pode-se escrever:

$$\eta_{eff} = \eta \left(1 + \frac{b}{pr} \right)^{-1}, \quad (5)$$

onde p é a pressão absoluta (em Pa) e $b = 8,2 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{m}$. Com esta correção, o raio da gota passa a ser dado por

$$r = \sqrt{\left(\frac{b}{2p} \right)^2 + \beta^2 (v_d - v_s)} - \frac{b}{2p} \quad (6)$$

e a carga corrigida pode ser obtida pela equação:

$$q = \frac{\alpha}{U\beta^3} \frac{v_d + v_s}{v_d - v_s} \left(\sqrt{\left(\frac{b}{2p} \right)^2 + \beta^2 (v_d - v_s)} - \frac{b}{2p} \right)^3, \quad (7)$$

em substituição às Equações (1) e (2). A dedução detalhada dessas equações é apresentada no Material Suplementar deste artigo, juntamente com suas respectivas expressões de incerteza experimental. No *software Facillikan*, a aplicação da correção de Cunningham pode ser habilitada ou desabilitada, de acordo com os objetivos didáticos do instrutor, conforme pode ser observado na janela principal do *software* (Figura 6).

A Figura 10(b) apresenta uma comparação entre os dados obtidos com e sem a aplicação da correção à Lei de Stokes, adotando-se $p = 89,2 \text{ kPa}$ como a pressão atmosférica local (Brasília-DF). Observa-se que a inclusão da correção resulta em uma translação sistemática dos pontos no diagrama $q \times r$ em direção a menores valores de raio e carga. Para o conjunto de dados deste trabalho, a correção de Cunningham reduz os valores de carga para aproximadamente 70% a 88% dos valores não corrigidos, sendo o efeito percentual mais pronunciado para gotas de menor raio. Apesar

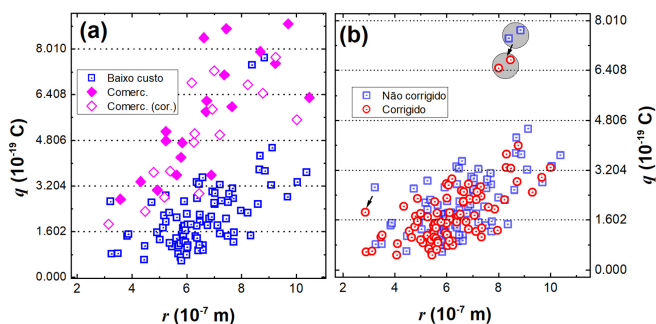


Figura 10: Gráficos de $q \times r$ para (a) dados obtidos usando o aparato de baixo custo (quadrados azuis) e com o conjunto comercial (losangos magenta). Os losangos não preenchidos resultam da correção de Cunningham para aparato comercial (b) Dados do aparato de baixo custo com (círculos vermelhos) e sem (quadrados azuis) a correção de Cunningham. Setas indicam efeitos da correção para alguns pontos representativos.

desse deslocamento sistemático, não se observa uma melhora ou degradação consistente na concordância dos dados com os múltiplos da carga elétrica elementar após a aplicação da correção. Enquanto alguns pontos se aproximam das retas correspondentes, outros se afastam, sem tendência global clara. Esse comportamento pode ser atribuído à combinação de incertezas experimentais relativamente elevadas e à dispersão intrínseca dos dados, que limitam o impacto efetivo da correção. Adicionalmente, a Figura 10(a) mostra que um comportamento qualitativamente semelhante também é observado para os dados obtidos com o aparato comercial, indicando que essa limitação está majoritariamente associada à metodologia experimental comum a ambos os sistemas, e não à qualidade construtiva do aparato de baixo custo.

Em contraste a esta metodologia mais simplificada usada aqui e em soluções comerciais, abordagens mais sofisticadas [3, 5] incluem a medição de uma terceira velocidade, correspondente à queda livre da gota na ausência do campo elétrico, o que permite a determinação independente da velocidade terminal e do raio da gota. Adicionalmente, pode-se utilizar uma fonte emissora de partículas alfa para promover a ionização no interior da câmara, permitindo alterar de forma controlada a carga elétrica das gotas. Durante seus movimentos de subida e descida, as gotas capturam cargas geradas nesse processo, resultando em variações discretas de suas cargas elétricas [1]. Esse procedimento permite observar transições entre diferentes estados de carga de uma mesma gota, constituindo uma etapa importante para a determinação experimental da carga elétrica elementar. Tal abordagem, no entanto, não foi adotada neste trabalho em virtude de questões legais e de segurança inerentes à manipulação fontes radioativas, dificuldades experimentais envolvidas, maiores custos, e de seu alcance didático limitado. Conforme reportado por Oldenberg (1949), com base em vários anos de experiência na Universidade de Harvard, estudantes frequentemente apresentavam dificuldades em obter correções confiáveis para o modelo de arrasto através desta abordagem mais completa [9].

No contexto de uma abordagem simplificada do experimento da gota de óleo de Millikan, uma estratégia para melhorar a qualidade dos resultados obtidos consiste em analisar o diagrama $q \times r$ à luz das incertezas experimentais, conforme reportado na literatura [7, 21]. Nesse sentido, a consideração explícita dos erros associados às grandezas medidas permite filtrar os dados, excluindo aqueles com maiores incertezas experimentais. Conforme mencionado anteriormente, no *software Facillikan*, o usuário pode impor um critério de seleção baseado na incerteza das medidas de carga, restringindo a margem de erro aceitável. Dessa forma, pontos associados a gotas com incertezas superiores a um limite predefinido são excluídos da análise, o que contribui para reduzir a dispersão dos dados e melhorar a identificação de padrões compatíveis com a quantização da carga. Na Figura 11,

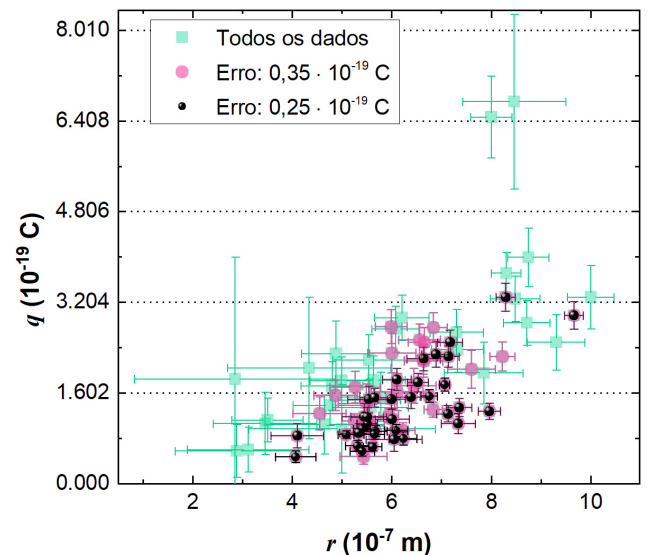


Figura 11: Gráfico compilando os conjuntos de dados sem e com restrições de erro de $0,35 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ (círculos vermelhos) e $0,25 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ (esferas pretas). Linhas pontilhadas horizontais representam múltiplos de carga elétrica elementar de $1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

tem-se a distribuição da carga elétrica q em função do raio r para os dados obtidos utilizando o aparato de baixo custo. Os quadrados verdes representam os dados de 86 gotas obtidos após a eliminação dos pontos que não satisfizeram os critérios estabelecidos no *Facillikan*³. Aplicando-se o critério de erro experimental máximo, a Figura 11 também traz os dados para dois limites de erro: $0,35 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ e $0,25 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Como consequência, das 86 gotas inicialmente apresentadas, 56 foram consideradas pelo *software* na análise com limite de incerteza de $0,35 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ (30 descartadas). Para $0,25 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, restaram 35 gotas que satisfizeram este critério. Os limites máximos de erro escolhidos para a filtragem foram definidos de forma a apresentar aproximadamente dois terços dos dados para $0,35 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ e um terço para $0,25 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Sob essas restrições, empregando a correção de Cunningham, os dados apresentam melhor concordância para múltiplos de carga elementar padrão ($1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$). Destaca-se que os dados sugerem que a maioria das gotas com menor margem de incerteza apresenta carga elétrica resultante provável de uma ou duas cargas elementares. Ressalta-se da Figura 11 que a concordância aparente em relação aos múltiplos da carga elementar deve ser interpretada com cautela devido às

³ Das 101 gotas inicialmente rastreadas com o *software Tracker* e inseridas no *Facillikan*, 4 foram automaticamente desconsideradas por apresentarem velocidades de subida superiores às velocidades de descida. Outras 10 gotas foram descartadas por possuírem menos de 10 pontos de velocidade em pelo menos um dos trechos de subida ou descida. Além disso, uma gota foi removida manualmente devido a incertezas sobre sua trajetória, decorrentes de perdas temporárias de foco e localização em região com alta concentração de gotas.

incertezas experimentais, especialmente no contexto da abordagem simplificada. Cabe lembrar que os próprios resultados obtidos por Millikan em seu experimento original, em uma abordagem experimental muito mais criteriosa, foram posteriormente alvo de análises críticas e controvérsias [22]. Além disso, conforme discutido na literatura, a execução do experimento de Millikan em contexto didático, inclusive com o uso de aparatos mais completos, frequentemente resulta em dificuldades na obtenção de evidências claras da quantização da carga elétrica [1, 6, 7].

Em relação a faixa de menores erros experimentais, observa-se que gotas com raios intermediários tendem a apresentar menor incerteza na determinação da carga elétrica, devido a um equilíbrio entre limitações físicas e instrumentais. Gotas muito pequenas exibem diferenças reduzidas entre as velocidades de subida e descida, o que amplifica a propagação de erros, além de serem mais suscetíveis ao movimento browniano [23] e mais difíceis de rastrear com o *Tracker*. Por outro lado, gotas maiores atingem velocidades mais elevadas, aumentando o desfoque de movimento e reduzindo a precisão da videoanálise (Figura 4). No entanto, embora exista correlação entre as dimensões das gotas e as incertezas associadas, o fator predominante para a magnitude dos erros experimentais está relacionado à qualidade da visualização das gotas ao longo de suas trajetórias. Gotas que saem da região de foco ou que são parcialmente ocultadas por outras gotas não carregadas apresentam maior incerteza na determinação de suas posições e velocidades, resultando em dados de menor confiabilidade, que são posteriormente descartados durante o processo de filtragem.

Cabe destacar que outras fontes de incerteza experimental também influenciam a incerteza total do experimento. Particularmente, existem incertezas associadas à determinação da densidade do óleo mineral (ρ_g), da densidade do ar (ρ_a) e da viscosidade dinâmica do ar (η), grandezas cujos valores dependem da temperatura. Adicionalmente, a pressão atmosférica (p) também aparece nas Equações (6) e (7) e precisa ser determinada. Existem também incertezas referentes à tensão aplicada e à calibração espacial das imagens no *software Tracker*. Dessa forma, uma análise completa das incertezas experimentais deveria incluir a propagação dos erros associados a todas essas variáveis. Entretanto, no contexto da metodologia de filtragem de dados empregada neste trabalho, ressalta-se que a separação dos dados é realizada pela exclusão dos pontos referentes aos maiores erros experimentais do conjunto analisado. Nesse sentido, as incertezas relacionadas a $\rho_g, \rho_a, \eta, p, U, d$ e à calibração atuam de maneira sistemática e uniforme sobre todas as gotas. Na condição onde se mantenham as condições experimentais, especialmente temperatura e pressão, a propagação dessas incertezas teria como principal efeito o aumento homogêneo das barras de erro de todos os pontos experimentais, sem afetar o processo

de filtragem das gotas analisadas. Por outro lado, apenas as incertezas associadas às velocidades (δv_s e δv_d) variam individualmente de gota para gota, sendo, portanto, as grandezas que influenciam diretamente a abordagem aqui proposta.

4.4. Abordagem didática e possíveis melhorias

Sob a perspectiva didática, a montagem do experimento de Millikan de baixo custo apresentada neste artigo mostra-se adequada especialmente para atividades práticas em cursos de graduação. Por se tratar de um aparato construído a partir de componentes diversos, sua confecção exige tempo e planejamento. Além disso, muitos ajustes minuciosos são necessários, especialmente em termos da distância entre as placas do capacitor, do posicionamento do sistema de atomização e da lente de aumento. Destaca-se que o protótipo descrito neste trabalho foi desenvolvido por três estudantes do curso de Licenciatura em Física do Instituto Federal de Brasília, no contexto de uma atividade integradora experimental envolvendo conteúdos de mecânica, óptica e eletromagnetismo. O processo de desenvolvimento estendeu-se por aproximadamente dois meses, período necessário para que o grupo observasse pela primeira vez uma gota carregada e conseguisse controlar seu movimento por meio da inversão da polaridade do campo elétrico. Considera-se que, com base nos procedimentos e resultados aqui apresentados, estudantes e docentes interessados poderão reproduzir o experimento em intervalos de tempo significativamente menores. Uma vez desenvolvido, a apresentação do conjunto experimental possui aplicabilidade inclusive no âmbito do ensino médio. Ressalta-se, principalmente neste contexto, devido aos riscos da utilização de alta tensão com o módulo conversor DC-DC, que a prática não deve ser conduzida sem supervisão docente. Além disso, o desenvolvimento do aparato, mais do que a simples coleta de dados com equipamentos comerciais, possui um valor pedagógico substancialmente maior, ao aproximar os estudantes da investigação experimental. A visualização direta e o controle do movimento das gotas constituem, por si só, elementos motivadores, favorecendo também discussões históricas sobre as contribuições e os desafios encontrados por Robert Millikan, e de outros cientistas, para a determinação experimental da carga elétrica elementar.

Para aplicações com maior enfoque na determinação experimental quantitativa da carga elétrica elementar, é possível aproveitar os elementos centrais da presente proposta e implementar aprimoramentos, desde que haja maior disponibilidade de recursos. Nesse contexto, a utilização de técnicas de fabricação digital, como impressão 3D ou corte a laser em acrílico, pode viabilizar a construção de uma câmara experimental com maior precisão dimensional, particularmente no que se refere à distância entre as placas de latão, ao alinhamento vertical e ao nivelamento do sistema. Adicionalmente,

a integração estrutural de suportes para diodos laser, *smartphone* e base de sustentação pode aumentar a estabilidade mecânica, reprodutibilidade das medidas e facilidade de uso. A incorporação de sensores de pressão e temperatura no interior da câmara também pode permitir o monitoramento desses parâmetros, fornecendo dados mais confiáveis para a aplicação de correções à Lei de Stokes e para a determinação mais precisa da densidade do ar (ρ_a), densidade das gotas (ρ_g), viscosidade dinâmica (η) e pressão absoluta (p). Para esse fim, o uso de sensores barométricos e térmicos integrados a plataformas microcontroladas, como o BMP280 em conjunto com placa Arduino e um *display* LCD, constitui uma solução prática e ainda de baixo custo. Finalmente, novas implementações no *Facillikan* podem ser realizadas, como a adição de uma ferramenta automatizada para determinação da carga elétrica elementar a partir dos dados do diagrama $q \times r$.

5. Considerações Finais

Neste trabalho, foi desenvolvido e testado um aparato experimental de baixo custo para a realização do experimento da gota de óleo de Millikan. O sistema foi construído com materiais de fácil acesso, mostrando-se capaz de produzir, observar e controlar o movimento de gotas de óleo mineral eletricamente carregadas. A visualização do movimento das gotas foi realizada por meio de uma lente de aumento acoplada a um *smartphone*, com iluminação adequada, permitindo o registro em vídeo e a posterior análise utilizando-se o *software Tracker*. O exame dos dados de velocidade evidenciou que o movimento das gotas ocorre predominantemente em regime de velocidade terminal, validando o modelo teórico adotado para o cálculo das cargas e dos raios das gotas. Para lidar com o grande volume de dados inerente ao experimento de Millikan, foi desenvolvido o *software Facillikan*, que automatiza a extração das velocidades médias de subida e descida, a propagação dos erros experimentais e a construção de distribuições $q \times r$ com exibição de barras de erro e histogramas. Os dados obtidos com o aparato apresentaram qualidade semelhante à observada para sistema comercial significativamente mais caro. As análises experimentais indicaram baixa influência de efeitos como correntes de convecção e possíveis não uniformidades do campo elétrico na região de medida. A avaliação das incertezas mostrou que as principais limitações da abordagem estão associadas à determinação das velocidades por videoanálise. No entanto, a aplicação de critérios de filtragem baseados nas incertezas experimentais permitiu obter dados mais consistentes com a quantização da carga elétrica. Em síntese, o trabalho demonstra que é possível realizar o experimento da gota de óleo de Millikan com recursos acessíveis, mantendo qualidade experimental compatível com soluções comerciais e ampliando significativamente seu potencial didático por meio da integração com

ferramentas modernas de videoanálise e tratamento automatizado de dados.

Material Suplementar

O seguinte material suplementar está disponível online: Suplemento 1 – Vídeo com movimento das gotas e informações adicionais sobre a confecção do aparato, desenvolvimento matemático e instruções de uso do *Facillikan*: <https://doi.org/10.6084/m9.figshare.30937514>.

Suplemento 2 – Link para *download* do *software Facillikan*: <https://github.com/Mirovesaram/varredorVelocidades/releases/tag/3.1.0>.

Disponibilidade de Dados

Todo o conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo está disponível mediante solicitação ao autor correspondente.

Referências

- [1] R.A. Millikan, Phys. Rev. **2**, 109 (1913).
- [2] I. Bishop, S. Xian e S. Feller, Phys. Teach. **57**, 442 (2019).
- [3] PASCO SCIENTIFIC, *Millikan Oil Drop Apparatus*, disponível em: https://cdn.pasco.com/product_document/Millikan-Oil-Drop-Manual-AP-8210B.pdf.
- [4] Phywe Systeme GmbH & Co. KG, *Elementary charge and Millikan experiment*, disponível em: https://www.phywe.com/experiments-sets/nobel-prize-experiments/elementary-charge-and-millikan-experiment_9229_10160/.
- [5] LEYBOLD, *Determining the electric unit charge after Millikan and verifying the charge quantification – Measuring the rising and falling speed*, disponível em: <https://www.leybold-shop.com/physics/physics-experiments/atomic-and-nuclear-physics/introductory-experiments/millikan-experiment/determining-the-electric-unit-charge-after-millikan-and-verifying-the-charge-quantification-measuring-the-suspension-voltage-and-the-falling/vp6-1-2-1.html>.
- [6] H. Kruglak, Am. J. Phys. **40**, 768 (1972).
- [7] P. Heering e S. Klassen, Phys. Educ. **45**, 382 (2010).
- [8] J.M. Ogborn, Phys. Educ. **6**, 112 (1971).
- [9] O. Oldenberg, Am. J. Phys. **17**, 35 (1949).
- [10] M.A. Heald, Am. J. Phys. **42**, 244 (1974).
- [11] B. Spenceley e L. Hastings, Am. J. Phys. **40**, 474 (1972).
- [12] R.C. Jones, Am. J. Phys. **63**, 970, (1995).
- [13] A. Papirio Jr., C.M. Pénchina e H. Sakai, Phys. Teach. **38**, 50 (2000).
- [14] X. Zou, E. Dietz, T. McGuire, L. Fox, T. Norris, B. Diamond, R. Chavez e S. Cheng, Phys. Teach. **46**, 365 (2008).
- [15] A.G. Bezerra Jr, J.A. Lenz, N. Saavedra, M.V. Peres, O. Cossi Jr., A.C. Mello e S.A.H. Conceição, Rev. Bras. Ensino Ciênc. Mat. **17**, 813 (2015).

- [16] S. Sharma e P.K. Ahluwalia, Eur. J. Phys. **39**, 065804 (2018).
- [17] J.V. Coelho, Cad. Bras. Ensino Fís. **5**, 190 (1988).
- [18] D. Brown, W. Christian e R. Hanson, *Tracker: Video Analysis and Modeling Tool*, disponível em: <https://physlets.org/tracker/>.
- [19] S. Kooij, C. van Rijn, N. Ribe e D. Bonn, Sci. Rep. **12**, 19296 (2022).
- [20] J.H. Vuolo, *Fundamentos da Teoria de Erros* (Editora Edgard Blücher, São Paulo, 1996).
- [21] C. Müller-Hill e P. Heering, Eur. J. Phys. **32**, 1285 (2011).
- [22] M. Niaz, Alta. J. Educ. Res. **49**, 368 (2003).
- [23] J. Zeng, M. Shao e X. Zeng, Phys. Teach. **62**, 579 (2024).