

Ranking Top 5 e a heterogeneidade das expectativas de inflação mensal da Pesquisa Focus: uma análise computacional baseada em agentes^{*}

Júlia de Sousa **PINHEIRO**¹

julia.sp215@gmail.com |  ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6760-7235>

Jaylson Jair da **SILVEIRA**¹

jaylson.silveira@ufsc.br |  ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0943-1283>

Helberte João França **ALMEIDA**¹

helberte.almeida@ufsc.com.br |  ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0163-0197>

Resumo

Propomos um *Agent-Based Model* (ABM) que representa em linhas gerais o ambiente estratégico de ganho de reputação induzido pelo Ranking Top 5 (RT-5) de curto prazo para a inflação medida pelo IPCA da Pesquisa Focus realizada pelo BCB. Para tanto, tratamos a formação de expectativas de inflação como um processo de escolha discreta de estratégias de previsões, no qual os agentes possuem o incentivo de escolher ao longo do tempo a melhor estratégia de previsão pelo ganho de reputação oriundo do RT-5. Com base no ABM proposto, verificamos que o sistema de expectativas de mercado torna-se mais eficaz com respeito à previsão da inflação na presença do RT-5 de curto prazo da Pesquisa Focus, quando comparado ao caso em que não se considera o incentivo de ganho de reputação gerado pelo RT-5. Os resultados das simulações computacionais mostraram também que, em geral, o ABM proposto consegue gerar propriedades agregadas das expectativas de inflação medida pelo IPCA dos agentes participantes, detectadas na literatura empírica, entre estas a persistente heterogeneidade destas expectativas.

Palavras-chave

Modelo computacional baseado em agentes, Expectativas heterogêneas, Pesquisa Focus, Inflação.

^{*} Agradecemos a Roberto Meurer, Eva Yamila da Silva Catela, Michel Alexandre da Silva e dois pareceristas anônimos pelos valiosos comentários e sugestões – quaisquer erros remanescentes são de nossa inteira responsabilidade. Este trabalho recebeu apoio da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) – número de financiamento 88882.438558/2019-01 – e do CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) – processos 312432/2018-6, 313628/2021-1 e 310013/2025-9

¹ Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Florianópolis, SC, Brasil.

Recebido: 02/06/2023.

Revisado: 31/05/2025.

Aceito: 03/03/2026.

DOI: <https://doi.org/10.1590/1980-53575623jjh>



This Article is Distributed Under the Terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License.

Top 5 Ranking and heterogeneity in monthly inflation expectations in the Focus Survey: an agent-based computational analysis

Abstract

We propose an agent-based model (ABM) to represent the strategic environment of reputation gain induced by the short-term Top 5 Ranking (RT-5) regarding inflation measured by the IPCA of the Focus Survey, which is carried out by the Central Bank of Brazil. In this computational model, we treat the formation of inflation expectations as a discrete choice process of forecasting strategies, in which agents have the incentive to choose over time the best forecasting strategy due to the reputation gain arising from the RT-5. Based on the proposed ABM, we found that the market expectations system becomes more effective with respect to the forecast of inflation in the presence of the short-term RT-5 of the Focus Survey, when compared to the case in which the incentive of reputation gain generated by the RT-5 is not considered. The results of the computer simulations also showed that, in general, the proposed ABM can generate aggregate properties of the respondents' inflation expectations that have been detected by the empirical literature, among them the persistent heterogeneity of these expectations over time.

Keywords

Agent-based computational model, Heterogeneous expectations, Focus Research, Inflation.

JEL Classification

C63, D84, E37.

1. Introdução

A formação de expectativas de inflação dos agentes em uma economia é de suma importância para a condução da política monetária. O modo como as expectativas são formadas é fundamental para entender como mudanças na taxa de juros podem vir a afetar o produto e a inflação observada. Os bancos centrais têm, portanto, um interesse crucial em monitorar as expectativas e entender os mecanismos por meio dos quais elas estão sendo formadas (Weber 2007).

Dada tal relevância das expectativas para a condução da política monetária, o Banco Central do Brasil (BCB) criou um sistema de expectativas de mercado conhecido como *Pesquisa Focus*. O BCB (2019a) recebe periodicamente de instituições do setor privado projeções de diversos indicadores macroeconômicos, dentre eles, o IPCA, o IGP-M, o IGP-DI e as taxas de câmbio e Selic, com defasagem de 1, 4 e 12 meses, classificadas como

projeções de curto, médio e longo prazos, respectivamente. As instituições participantes são avaliadas pela precisão de suas projeções, formando-se um *ranking* das instituições que apresentam as 5 previsões com maior nível de acerto com relação aos valores ocorridos para cada um destes indicadores. O anúncio público e periódico do RT-5 surge como uma forma de incentivo às instituições participantes da pesquisa para aprimorarem suas projeções dos indicadores supracitados.

Embora o mecanismo de incentivo trazido pelo RT-5 possa aumentar a eficiência das projeções da inflação feitas pelas instituições participantes, ele não tem sido capaz de extinguir a heterogeneidade destas projeções, como mostra a literatura empírica que analisa a *Pesquisa Focus* (Prada 2007; Carvalho e Minella 2012; Caetano e Júnior 2012; Almeida e Silveira 2017; Meurer e Lima 2017; Lemos 2017).¹ Entre as explicações para tal heterogeneidade, destacam-se as diferenças no conjunto de informação que os indivíduos detêm e as diferenças na habilidade cognitiva de coletar e processar essas informações.

É com essa motivação que o presente artigo procura, utilizando uma abordagem computacional baseada em agentes, analisar como o ambiente competitivo de ganho de reputação gerado pelo RT-5 de curto prazo para a inflação medida pelo IPCA impacta o processo de formação de expectativas dos agentes participantes da Pesquisa Focus referentes a este indicador. Em particular, busca-se testar a hipótese de que a introdução de um sistema de incentivos — representado pelo RT-5 — contribui para tornar o processo de formação de expectativas mais eficaz, no sentido de aumentar a acurácia das previsões realizadas pelos agentes.

Para realizar tal análise, construímos um *Agent Based Model (ABM)* que é estruturado para refletir a estrutura de incentivos do ambiente competitivo criado pelo BCB via RT-5 da Pesquisa Focus. Nosso foco neste trabalho se restringe ao *Ranking Top 5* (RT-5) de curto prazo para a inflação medida pelo IPCA, uma vez que esse recorte oferece um ganho em termos de tamanho amostral quando comparado aos *rankings* de médio e longo prazos desse mesmo indicador.

¹ Estes resultados para o caso brasileiro vão ao encontro dos resultados da literatura internacional que encontra evidências de existência e persistência de heterogeneidade das expectativas de inflação em dados de pesquisas de opinião em outros países (Mankiw, Reis e Wolfers (2003), Carroll (2003), Branch (2004), Capistrán e Timmermann (2009), Pfajfar e Santoro (2010), Weber (2007), Blanchflower e MacCoille (2009)).

Seguindo a abordagem ARED (*Adaptively Rational Equilibrium Dynamics*), proposta por Brock e Hommes (1997), em nosso ABM consideramos a formação de expectativas de inflação como um processo de escolha discreta de estratégias de previsões, no qual os agentes possuem o incentivo de ajustar ao longo do tempo suas estratégias de previsão buscando maximizar seus benefícios líquidos.

Com base no ABM proposto realizamos vários experimentos computacionais, os quais corroboraram a hipótese de que o sistema de expectativas de mercado torna-se mais eficaz com respeito à previsão da inflação na presença do RT-5 de curto prazo da Pesquisa Focus, quando comparado ao caso em que não se considera o incentivo de ganho de reputação gerado pelo RT-5. Os resultados das simulações computacionais mostraram também que, em geral, o ABM proposto consegue gerar propriedades agregadas das expectativas de inflação medida pelo IPCA dos agentes participantes detectadas na literatura empírica, entre estas a presença e a persistência da heterogeneidade destas expectativas.

O presente artigo encontra-se estruturado como segue. Na próxima seção apresentamos uma breve revisão bibliográfica de estudos empíricos sobre expectativas de inflação. Na seção 3 tratamos, inicialmente, da formalização do processo de formação de expectativas de inflação com base na abordagem ARED. Em seguida, utilizando esta formalização, construímos uma versão de referência do ABM proposto para estudar a formação de expectativas de inflação da Pesquisa Focus sem a influência do RT-5. Fechamos a seção 3 apresentando uma versão estendida do ABM proposto que incorpora estrutura de incentivos implicada pelo RT-5, mostrando que mesmo sob a influência do RT-5 as expectativas de inflação mantêm-se heterogêneas ao longo do tempo. Por sua vez, na seção 4 relatamos alguns experimentos computacionais que mostram como a versão estendida do ABM proposto é capaz de gerar como propriedades emergentes alguns fatos estilizados detectados por estudos que analisaram séries temporais das expectativas de inflação medida pelo IPCA dos respondentes da Pesquisa Focus. Na última seção, como de praxe, fechamos o artigo com breves considerações finais.

2. Heterogeneidade das expectativas de inflação: evidências empíricas

Dentre os estudos empíricos sobre formação de expectativas de inflação, destacam-se, nesta revisão da literatura, aqueles baseados em pesquisas de opinião e as evidências geradas por experimentos controlados em laboratório. Uma análise mais detalhada desta literatura se faz necessária porque resultados empíricos nela encontrados servirão como referência para a análise das propriedades emergentes do ABM proposto neste artigo.

Utilizando dados de pesquisa de opinião referentes à economia norte-americana, Mankiw, Reis e Wolfers (2003) encontraram fortes evidências sobre a existência persistente de divergências entre agentes do setor privado a respeito das expectativas de inflação, que também se mostraram variantes ao longo do tempo. Os mesmos autores também encontraram que quando há um aumento da volatilidade da inflação, a dispersão das expectativas tende a aumentar. Com relação a esse resultado, é interessante notar que o aumento da volatilidade da inflação normalmente leva a um aumento das incertezas, o que tende a ocasionar um aumento nas divergências das expectativas.

Também com dados de pesquisas de opinião dos Estados Unidos, Carroll (2003) encontrou evidências de que as expectativas por parte dos profissionais de previsão mostraram maior acurácia em relação à previsão da população em geral. Esse último resultado vai ao encontro da ideia de que normalmente há um grupo na população que tem maior acuidade das expectativas de inflação, assim como é o caso do grupo Top 5.

Já Branch (2004) investigou empiricamente a hipótese de que, sob a presença do custo de informação e heterogeneidades cognitivas, pode ser racional para os agentes selecionar métodos de previsão que não sejam associados às expectativas racionais, dado que os agentes atualizam suas previsões pesando não só o benefício (acurácia) provido por cada preditor, mas também os custos de sua utilização. O autor utilizou a abordagem de escolha discreta no qual os agentes formam suas previsões para a inflação, a cada período considerado, escolhendo um entre três mecanismos de previsão: o preditor rígido, o preditor adaptativo e um vetor autorregressivo (VAR). Os resultados encontrados por Branch (2004) sugerem que os agentes são racionalmente heterogêneos, já que devido à heterogeneidade de habilidades cognitivas entre estes, para alguns não vale a pena investir esforço em um método de previsão mais sofisticado se o benefício que esse método prover (maior acurácia) não compensar o custo de utilizá-lo.

Posteriormente, Capistrán e Timmermann (2009) apontaram que as dispersões das expectativas de inflação variam ao longo do tempo, refletindo o nível e a variância da inflação observada. Utilizando dados da *Survey of Professional Forecasters* e uma função perda assimétrica, os autores trazem evidências de que os erros de previsão estão positivamente correlacionados e de que existe uma relação positiva entre a variância condicional e o nível da inflação com a dispersão das expectativas, levando a crer que um aumento das incertezas associado ao aumento da variância e do nível da inflação gera maior divergência nas projeções. Já o resultado obtido pelo presente artigo e por Meurer e Lima (2017), utilizando as expectativas da Pesquisa Focus, levam a crer que essas incertezas também estão associadas com o nível das expectativas, já que em ambas as pesquisas foi encontrado uma correlação positiva entre a mediana das projeções e o seu desvio padrão.

Por sua vez, Weber (2007) focou nos dados de opinião da Europa. O autor, utilizando dados das expectativas de famílias e de profissionais de previsão para as economias da Alemanha, França, Itália, Espanha e Holanda, encontrou evidências de heterogeneidade das expectativas, resultante de um processo de aprendizagem. Ademais, os resultados indicaram que os profissionais de previsão atualizam seus conjuntos de informações com maior frequência e conseguem captar mudanças estruturais mais rapidamente do que as famílias. De novo, isso é um indício de que, em geral, existe um grupo que possui maior capacidade de previsão do que o restante da população. Ainda utilizando dados de opinião da Europa, Blanchflower e MacCoille (2009) analisaram três pesquisas de opinião da população do Reino Unido a respeito das expectativas de inflação e observaram que existem altas taxas de não respondentes nas pesquisas e que, em geral, as expectativas são *backward-looking*. Os autores encontraram diferenças na formação de expectativas de inflação de acordo com características como idade, escolaridade, renda e emprego.

Dentre os estudos que buscam evidências acerca da heterogeneidade de expectativa de inflação por meio de experimentos controlados em laboratório, Adam (2007) realiza um experimento associado a uma economia com preços rígidos e choques de demanda nominais para avaliar se desvios das expectativas em relação às expectativas racionais é um fator que contribui para a persistência dos desvios da inflação e do produto dos seus respectivos valores de estado estacionário. Para testar se tais desvios são persistentes, estudantes de universidades europeias realizaram previsões para a inflação futura. Eles tiveram o incentivo de prover a melhor previ-

são possível, pois receberam um pagamento que dependia negativamente dos seus erros de previsão. As expectativas foram, então, substituídas na equação de equilíbrio temporário do modelo e determinaram um resultado para o novo nível de inflação e anunciado aos participantes. Ao repetir o processo 420 vezes, o autor conclui que a inflação e o produto mostram desvios regulares e persistentes do nível de estado estacionário. Esse comportamento emergiu pois os estudantes não utilizaram o preditor de expectativas racionais. De fato, eles utilizam o preditor que minimiza o erro quadrático médio, mas condicionado a apenas uma variável explicativa.

Por outro lado, o estudo realizado em laboratório por Pfajfar e Žakelj (2018), com base em um modelo Novo Keynesiano e utilizando expectativas de inflação de estudantes universitários, concluiu que em torno de 40% dos participantes se comportaram de maneira racional. Outro resultado interessante foi de que os participantes tendem a trocar de preditor ao longo do tempo, ou seja, o experimento foi caracterizado por persistência de heterogeneidade das previsões entre os estudantes que participaram da pesquisa. Além disso, os autores mostraram que diferentes conduções de política monetária, usando diferentes regras de Taylor, influenciam o processo de formação de expectativas e o grau de heterogeneidade no experimento em questão.

Assenza *et al.* (2013) também estudaram o processo de formação de expectativas de inflação em laboratório em um ambiente no qual flutuações das variáveis agregadas dependem endogenamente das previsões individuais para a inflação e para o hiato do produto. 120 alunos da Universidade de Amsterdã realizaram previsões para 50 períodos. Os autores encontraram evidências de heterogeneidade das expectativas e concluíram que os indivíduos tendem a basear suas previsões em métodos simples.

Por fim, Burke e Manz (2014) realizaram uma pesquisa a respeito da relação entre o grau de instrução econômica e a acurácia das expectativas de inflação. Os autores investigaram dois canais através dos quais o conhecimento econômico pode contribuir para melhores previsões de inflação, a saber, a coleta de informação e o devido uso destas. No experimento, as pessoas fazem suas projeções para a inflação (seja em uma economia simulada ou para a economia dos EUA) e recebem incentivos para realizar uma previsão mais acurada. Com base nos resultados obtidos, os autores sugeriram que uma porção significativa da heterogeneidade demográfica nas expectativas de inflação, observadas nos dados de pesquisa de opi-

nião, pode ser resultante da heterogeneidade no grau de conhecimento de economia. Como será visto em detalhes nas próximas seções, heterogeneidades das habilidades cognitivas dos agentes, como esta evidenciada por Burke e Manz (2014), é um dos fundamentos do ABM que propomos no presente trabalho.

Além dos estudos empíricos já mencionados, há aqueles que tratam especificamente das expectativas de inflação da Pesquisa Focus do BCB, os quais focam suas análises em torno das séries temporais de expectativas para o Índice de Preço ao Consumidor Amplo (IPCA). Prada (2007), utilizando a teoria dos torneios, analisou a estrutura de premiação do Ranking Top 5 (RT-5) da Pesquisa Focus do BCB como um mecanismo de incentivo para obter projeções atualizadas do mercado e estimular as instituições participantes a aprimorarem suas projeções. A autora analisa ainda a heterogeneidade de desempenho preditivo das instituições participantes da Pesquisa Focus por meio da comparação entre desempenho das instituições Top 5 e o desempenho geral das instituições participantes, baseando-se nos erros calculados a partir da mediana das projeções de cada grupo. O resultado encontrado foi que, em média, os erros das projeções do grupo Top 5 foram menores do que os erros das projeções do total dos respondentes. Uma verificação do diferencial de desempenho entre as instituições também foi feita, tendo sido encontrada uma relação positiva entre o diferencial de desempenho e o desvio padrão. Resultados semelhantes a esses dois últimos foram encontrados como propriedades emergentes do ABM aqui proposto, como mostraremos mais adiante.

Carvalho, Minella *et al.* (2009) analisaram a racionalidade das expectativas da Pesquisa Focus, chegando à conclusão de que as expectativas para a inflação embora não viesadas, não podem ser consideradas totalmente eficientes. Por sua vez, utilizando dados desagregados das expectativas de inflação da Pesquisa Focus, Carvalho e Minella (2012) encontram, por meio da regressão da expectativa de todas as instituições em relação à expectativa das instituições que compõem o RT-5, indícios de que as previsões das instituições Top 5 influenciam as previsões das outras instituições. Esse resultado é interessante, pois leva a crer que deva haver uma espécie de comportamento imitativo por parte de algumas instituições que participam da Pesquisa Focus com respeito às expectativas de inflação das instituições Top 5, provavelmente por aquelas acreditarem que estas últimas tendem a permanecer com projeções mais acuradas para a inflação futura. Como veremos adiante, este raciocínio foi utilizado como motivação para

incluirmos no campo de escolhas dos agentes do ABM que representa o ambiente da Pesquisa Focus a estratégia de previsão que consiste em copiar a mediana das expectativas das instituições Top 5. Adicionalmente, a análise levada a cabo Carvalho e Minella (2012) conclui que a dispersão das expectativas de inflação, taxa de câmbio e taxa de juros se mostraram altamente correlacionadas, indicando que períodos de aumento do prêmio de risco do país tende a ser caracterizado por aumento na dispersão das previsões.

Também baseado em dados desagregados das expectativas de inflação da Pesquisa Focus, Caetano e Júnior (2012) utilizaram o teste *Superior Predictive Ability* (SPA)² para verificar se existe superioridade de previsão entre os respondentes da pesquisa. Eles encontraram que as instituições apresentam divergências em relação à projeção feita, sendo que algumas instituições apresentam habilidade preditiva superior. Em particular, as instituições Top 5 foram as que apresentaram menor erro de previsão e em momentos de alta volatilidade da inflação há maior divergência das expectativas.

Meurer e Lima (2017) analisaram a heterogeneidade das expectativas de inflação da Pesquisa Focus por meio de estatísticas descritivas de dados agregados fornecidos pelo BCB. A análise mostrou que a mediana das expectativas do grupo Top 5 tem correlação muito forte com a mediana do conjunto dos respondentes, que existe um ajuste gradual da mediana das expectativas e uma relação positiva da variação da mediana com a dispersão das expectativas, para o período estudado, e que boa parte das instituições participantes da pesquisa ajustam suas expectativas no dia ou no dia anterior à data de referência para apuração do grupo top 5.

Também utilizando dados agregados da Pesquisa Focus relativos às expectativas de inflação acumulada para os próximos 12 meses, Lemos (2017) mostra que as divergências das expectativas de inflação no Brasil aumentam quando a inflação observada se eleva, principalmente quando há uma mudança acentuada na inflação observada (para mais ou para menos), embora não apresentem correlação clara com o hiato do produto. Mais uma vez, em linha com a literatura internacional, esse resultado sugere que deve haver aumento de heterogeneidade quando há aumento da volatilidade da inflação. O autor analisa ainda se as expectativas de inflação se conformam às características associadas à hipótese de expectativas racionais, testando,

² Elaborado por Hansen (2005).

por exemplo, se as expectativas tendem ou não a um valor central potencialmente enviesado e se há relação entre os erros de previsão atuais e os anteriores. O teste indicou que aproximadamente 30% do erro anterior persiste na mediana das expectativas atuais.

Por fim, Almeida e Silveira (2017) realizaram uma análise que se aproxima da proposta apresentada neste artigo. Esses autores também utilizaram a abordagem proposta por Brock e Hommes (1997) para estruturar um ABM que investigasse a evolução da distribuição de frequência dos preditores de inflação. Uma das conclusões centrais do citado artigo foi que a dispersão nas habilidades cognitivas pode gerar uma heterogeneidade persistente nas expectativas de inflação dentro do modelo proposto. Vale ressaltar que a principal contribuição do presente trabalho, em comparação ao estudo de Almeida e Silveira (2017), é a introdução da estrutura de incentivos, estabelecida pelo RT-5 da Pesquisa Focus, no processo de formação das expectativas dos agentes. Com isto, foi possível analisar os efeitos do sistema de incentivos de ganho de reputação gerado pelo RT-5 sobre o processo de formação de expectativas.

Na próxima seção, será apresentado o modelo base que é utilizado para desenhar o ABM que representa o ambiente da Pesquisa Focus do BCB. O BCB (2019a) recebe mensalmente de instituições do setor privado projeções com defasagem de 1, 4 e 12 meses, as quais são classificadas como projeções de curto, médio e longo prazos, respectivamente. As instituições participantes são avaliadas pela precisão de suas projeções para o IPCA, o IGP-M, o IGP-DI, a taxa de câmbio e a taxa Selic, formando-se um *ranking* das instituições que possuem as 5 previsões com maior nível de acerto com relação aos valores ocorridos para cada uma destes cinco indicadores. Como já estabelecido, o escopo deste artigo restringe-se ao *Ranking Top 5* (RT-5) de curto prazo para a inflação medida pelo IPCA, ou seja, trataremos das projeções das instituições para a inflação medida pelo IPCA com um mês de defasagem em relação ao mês de referência deste índice.

3. Pesquisa Focus: uma análise computacional baseada em agentes

3.1. Formação de expectativas de inflação como um processo de escolha discreta

Consideremos um ambiente estratégico de formação de expectativas com $I \in \mathbb{N}$ agentes que devem a cada período $t \in \mathbb{N}$ prever a inflação do próximo período usando um mecanismo de previsão de um conjunto finito de preditores possíveis $\mathcal{P} = \{1, 2, \dots, \rho\} \subset N$. Seja $p_{it} \in \mathcal{P}$ o preditor escolhido por um agente $i \in \mathcal{I} = \{1, 2, \dots, I\}$ em um determinado período t . Seguindo a literatura de modelos de escolha discreta (Brock e Hommes 1997; Hommes 2006; Train 2009), vamos decompor a função utilidade de cada agente i em duas partes, a saber, um componente determinístico, denotado por $U^d(p_{it})$, associado às motivações observáveis, e um componente aleatório, denotado por $\varsigma(p_{it})$, referente às motivações não observáveis do i -ésimo agente, ou seja:

$$U(p_{it}) = U^d(p_{it}) + \varsigma(p_{it}) \quad (1)$$

Seguindo a abordagem ARED (Brock e Hommes, 1997), suporemos que a cada período t cada agente i escolherá o (ou um dos) preditor(es) que teria(m) maximizado sua utilidade no período $t - 1$, ou seja, $p_{it} = \kappa \in \mathcal{P}$ quando:

$$U(p_{it-1} = \kappa) \geq U(p_{it-1} = \ell), \forall \ell \in \mathcal{P} \quad (2)$$

Usando (1), a condição (2) pode ser reescrita como segue:

$$U^d(p_{it-1} = \kappa) - U^d(p_{it-1} = \ell) \geq \varsigma(p_{it-1} = \ell) - \varsigma(p_{it-1} = \kappa), \forall \ell \in \mathcal{P} \quad (3)$$

Segue desta última desigualdade que, para qualquer agente i , a estratégia κ pode não ser a escolhida no período t , mesmo que a utilidade observada desta estratégia supere a utilidade observada de qualquer outra estratégia alternativa ℓ no período anterior. Ou seja, mesmo que $U^d(p_{it-1} = \kappa) - U^d(p_{it-1} = \ell) > 0$ para todo $\ell \in \mathcal{P}$ tal que $\ell \neq \kappa$. Esta possibilidade existe porque os atributos não observáveis de pelo menos uma das outras estratégias alternativas podem assumir valores que compensem o ganho líquido relacionado aos atributos observáveis da estratégia κ .

Embora em um dado período t não possamos estabelecer deterministicamente a escolha de cada agente, devido à presença do componente aleatório na sua função utilidade, podemos inferir a probabilidade com que um preditor ℓ é escolhido por um agente i no período t , a qual é obtida a partir de (2) e (3) como segue:

$$\begin{aligned} & \text{Prob}(U(p_{i,t-1} = \kappa) \geq U(p_{i,t-1} = \ell), \forall \ell \in \mathcal{P}) \\ \text{Prob}(p_{i,t} = \kappa) &= \text{Prob}(\varsigma(p_{i,t-1} = \ell) - \varsigma(p_{i,t-1} = \kappa) \leq U^d(p_{i,t-1} = \kappa) - U^d(p_{i,t-1} = \ell), \forall \ell \in \mathcal{P}) \quad (4) \\ & \int_{-\infty}^{\infty} I[\varsigma(p_{i,t-1} = \ell) - \varsigma(p_{i,t-1} = \kappa) \leq U^d(p_{i,t-1} = \kappa) - U^d(p_{i,t-1} = \ell), \forall \ell \in \mathcal{P}] f(\vec{\varsigma}_{i,t-1}) d\vec{\varsigma}_{i,t-1} \end{aligned}$$

na qual $I[\cdot]$ é a função indicadora, que assume o valor 1 se a expressão entre colchetes for verdadeira e zero caso contrário, e $f(\cdot)$ é a função densidade de probabilidade conjunta do vetor de variáveis aleatórias $\vec{\varsigma}_{i,t} = (\varsigma(p_{i,t} = 1), \varsigma(p_{i,t} = 2), \dots, \varsigma(p_{i,t} = \rho))$.

Como destaca Pfajfar e Santoro (2010), as previsões de inflação individuais podem ser heterogêneas por conta dos agentes: (a) empregarem diferentes modelos de previsão; (b) utilizarem diferentes informações na formulação de suas previsões; e (c) possuírem diferentes capacidades cognitivas para processar informações. Considerando estas três fontes de heterogeneidade, além de considerarmos que os agentes podem usar diferentes tipos de preditores (fonte a), cada um deles com demandas distintas de informação (fonte b), suporemos também, seguindo Lima e Silveira (2015) e Almeida e Silveira (2017), que os agentes possuem habilidades cognitivas heterogêneas (fonte c), de maneira que agentes utilizando um mesmo tipo de preditor podem incorrer em custos de previsões diferentes. Assim, conforme especificados nos citados trabalhos, vamos decompor o custo de uso de cada preditor em duas partes: (i) uma parcela comum a todos os agentes que adotam o mesmo preditor, que representa o custo médio do preditor e (ii) uma parcela, específica por agente, que reflete a heterogeneidade das habilidades cognitivas.

Como detalharemos na próxima seção, trataremos os custos médios dos preditores como valores fixados deterministicamente. Por sua vez, suporemos que os custos de previsão dos agentes que usam um mesmo tipo de preditor serão distribuídos aleatoriamente em torno do custo médio deste preditor, refletindo a dispersão das habilidades cognitivas individuais. Formalmente, como em Almeida e Silveira (2017), interpretaremos $\varsigma(p_{i,t})$ como o desvio do custo incorrido pelo agente i no período t ao utilizar a es-

estratégia de previsão com relação ao custo médio associado a esta estratégia de previsão $p_{i,t}$. Mais precisamente, suporemos como os referidos autores, que os componentes aleatórios das funções utilidade são variáveis aleatórias independentes e com a mesma distribuição de probabilidade de valores extremos, que possui função densidade de probabilidade Gumbel (ou valor extremo do tipo I). Com base em tal premissa, conforme demonstrado em Train (2009, seção 3), a solução da integral (4) resulta na função de distribuição acumulada logística, o que permite expressar a probabilidade de um agente i escolher no tempo t o preditor $p_{i,t} = \kappa \in \mathcal{P}$ como segue:

$$Prob(p_{i,t} = \kappa) = \frac{e^{\beta U^d(p_{i,t-1}=\kappa)}}{\sum_{p_{i,t-1} \in \mathcal{P}} e^{\beta U^d(p_{i,t-1})}}, \quad (5)$$

na qual $\beta > 0$ é uma constante real que representa a *intensidade de escolha*.

Conforme salienta Hommes (2013), para níveis extremamente baixos da intensidade de escolha, isto é, se $\beta \rightarrow 0^+$, as probabilidades de escolha das estratégias tornam-se as mesmas, independentemente do valor assumido pelas utilidades determinísticas. Por outro lado, para níveis extremamente altos da intensidade de escolha, ou seja, se $\beta \rightarrow \infty$, a escolha da alternativa $p_{i,t} = \kappa \in \mathcal{P}$ será quase certamente a escolhida se apresentar a maior utilidade determinística. Em outros termos, como a função (5) é estritamente crescente com relação a β , quanto maior a intensidade de escolha, maior a influência do diferencial dos incentivos observados sobre as escolhas dos agentes.

3.2. Formação de expectativas de inflação sem a presença do Ranking Top 5

Considerando a formalização apresentada na subseção anterior, vamos analisar o caso no qual o processo de formação de expectativas se desenrola sem a presença da estrutura de incentivos gerada pelo RT-5 da Pesquisa Focus. Isto nos permitirá ter uma referência para comparar os resultados gerados pela introdução deste mecanismo de incentivo na próxima subseção.

Primeiramente, cabe estabelecer que daqui em diante um período corresponderá a um mês, de maneira que nosso foco de interesse recairá sobre a formação de expectativas da inflação mensal. Além disso, vamos restringir

a cardinalidade do campo de escolha $\mathcal{P}$, assumindo que cada agente poderá escolher a cada período t um, e somente um, entre três preditores possíveis, sendo estes: o preditor estático, o preditor adaptativo e o preditor VAR. Adotaremos a seguinte convenção, em um dado período t teremos $p_{i,t} = 1$, $p_{i,t} = 2$ e $p_{i,t} = 3$, caso o agente i escolha prever por meio do preditor estático; do preditor adaptativo e do preditor VAR, respectivamente. Conforme destaca Branch (2004, 593), esses preditores, com diferentes graus de sofisticação, são escolhidos pela sua longa história e proeminência na teoria macroeconômica.

Se o i -ésimo agente escolhe o preditor estático ($p_{i,t} = 1$), a previsão da inflação para t feita por este agente no início do referido período, denotada por $\pi^e(p_{i,t} = 1)$, será simplesmente:

$$\pi^e(p_{i,t} = 1) = \pi_{t-1}, \quad (6)$$

na qual π_{t-1} é o valor observado da inflação medida pelo IPCA no mês $t - 1$.

Por sua vez, quando o i -ésimo agente escolhe o preditor adaptativo ($p_{i,t} = 2$), a previsão da inflação que vigorará em t feita por este agente no início do referido período, denotada por $\pi^e(p_{i,t} = 2)$, não será baseada exclusivamente na inflação observada em $t - 1$, como no caso do preditor estático, mas em uma série mais longa das inflações mensais passadas e uma série das medianas das expectativas sobre tais inflações formadas pelos respondentes da Pesquisa Focus divulgadas periodicamente pelo BCB. Note que a mediana das expectativas da Pesquisa Focus divulgada no início de um período t , denotada por π_t^{efocus} , é obtida a partir das expectativas dos respondentes da Pesquisa Focus registradas até um dia antes do anúncio da inflação π_t , ou no dia útil anterior mais próximo. Os agentes que usam o preditor adaptativo consideram que a inflação que vigorará em t será a mediana das expectativas da Pesquisa Focus divulgada no início de um período t corrigida por uma fração $\mu_t \in (0,1) \subset \mathbb{R}$ da mediana dos erros de previsão dos agentes no período anterior, dada por $\pi_{t-1} - \pi_{t-1}^{efocus}$, ou seja, a expectativa da inflação que vigorará em um período $t \geq 0$ formada a partir do preditor adaptativo é dada por:

$$\pi^e(p_{i,t} = 2) = \pi_{t-1}^{efocus} + \mu_t (\pi_{t-1} - \pi_{t-1}^{efocus}) \quad (7)$$

O coeficiente de ajustamento de erro $\mu_t \in (0,1) \subset \mathbb{R}$ é estimado recursivamente pela minimização da soma dos quadrados dos erros de previsões do previsor (7) observados nos 9 períodos anteriores ao período $t \geq 0$, mais precisamente:

$$\mu_t = \arg \min_{m \in [0,1] \subset \mathbb{R}} \left\{ \sum_{j=-9}^{t-1} \left[\pi_{j-1}^{efocus} + m(\pi_{j-1} - \pi_{j-1}^{efocus}) - \pi_j \right]^2 \right\}, \text{ para } t \geq 0 \quad (8)$$

O mês de janeiro de 2001, que corresponde ao período $t = 0$, foi tomado como o período inicial de todas as simulações computacionais que foram executadas. Assim, em particular, para estimar o valor μ_0 foram usados os dados da inflação mensal observada e das respectivas medianas das expectativas da Pesquisa Focus nos 9 meses anteriores a janeiro de 2001 (i.e., dados dos períodos $j = -9, -8, \dots, -1$).

Por fim, um agente que escolhe o preditor VAR ($p_{it} = 3$) faz uso de um método multivariado. Como destaca Branch (2004), a definição tradicional de expectativa racional é a esperança matemática condicionada a toda informação disponível. No entanto, como destaca o referido autor, em um ambiente estratégico no qual os conjuntos de informação individuais são heterogêneos na população de agentes e o conhecimento pleno da estrutura da economia não é de conhecimento comum, o preditor VAR se constitui numa aproximação que está no espírito da hipótese de expectativas racionais. O modelo VAR escolhido para realizar as simulações adiante foi aquele que minimizou o erro quadrático médio de previsão. As seguintes variáveis foram combinadas com o IPCA: a variação da taxa de câmbio nominal, a variação da taxa de juros real (taxa Selic deflacionada pelo IGP-M), a expectativa de inflação (extraído da mediana dos respondentes da Pesquisa Focus) e a inflação externa medida pelo índice de *commodities* Brasil (IC-Br)³, resultando no seguinte modelo de referência:

$$\begin{aligned} \pi_t^e(p_{it} = 3) = & \omega_0 + \omega_1 \sum_{k=1}^n \pi_{t-k} + \omega_2 \sum_{k=1}^n jr_{t-k} + \omega_3 \sum_{k=1}^n \pi_{t-k}^{e.mercado} + \omega_4 \sum_{k=1}^n cam_{t-k} \\ & + \omega_5 \sum_{k=1}^n commo_{t-k} + \epsilon_t \end{aligned} \quad (9)$$

na qual $\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_5$ são parâmetros; π_{t-k} é a inflação medida pelo IPCA em $t - k$; jr_{t-k} é a taxa de juros reais; $\pi_{t-k}^{e.mercado}$ é a mediana da inflação esperada pelo mercado, para $t-k+1$, com um período de defasagem em

³ O BCB, em decorrência do efeito que variações nos preços das *commodities* têm desempenhado sobre a dinâmica da inflação doméstica, vem utilizando um indicador de preço de *commodities* para a inflação externa, de acordo com o Relatório de Inflação de junho de 2017, disponível em [\url{https://www.bcb.gov.br/htms/relinf/port/2017/06/ri201706p.pdf}](https://www.bcb.gov.br/htms/relinf/port/2017/06/ri201706p.pdf).

relação à publicação do indicador, coletadas no dia da data de referência para a apuração do RT-5 da Pesquisa Focus⁴; cam_{t-k} é a variação da taxa de câmbio nominal; commo_{t-k} é o preço das *commodities* e o ϵ_t é o resíduo da regressão. Almeida e Silveira (2017) também utilizaram o preditor VAR no ABM por eles proposto. No presente artigo, o preditor VAR, além de incorporar as mesmas variáveis independentes utilizadas pelos citados autores, inclui o preço das *commodities* e as expectativas de mercado, de modo a ampliar a capacidade explicativa do referido preditor. O número de defasagens ótimas n foi escolhido por meio do critério de informação de Akaike (AIC) para cada período de previsão.

Como veremos mais detalhadamente na próxima subseção, o RT-5 avalia as instituições participantes da Pesquisa Focus com base nas acurácias das previsões realizadas ao longo de um certo número de períodos. Na presente subseção, por construção, este mecanismo de avaliação não está presente, de maneira que é razoável considerar que os agentes levem em consideração apenas os desempenhos recentes de suas previsões. Dado isto, seguindo Brock e Hommes (1997), Brock e Hommes (1998), Hommes (2006), Lines e Westerhoff (2010) e Silveira e Lima (2022), consideraremos que o componente determinístico da função utilidade de cada agente i associada a um preditor será dá por sua atratividade, dada pela acuidade recente apresentada por este preditor líquida do custo médio de utilizá-lo, mais precisamente:

$$U^d(p_{i,t}) = -(\pi^e(p_{i,t}) - \pi_t)^2 - C(p_{i,t}), \quad (10)$$

no qual $\pi^e(p_{i,t})$ é a previsão da inflação para t feita pelo agente i no início deste período utilizando o preditor $p_{i,t} \in \mathcal{P}$, π_t é o valor observado da inflação medida pelo IPCA no período t e $C(p_{i,t})$ é o custo médio do preditor $p_{i,t}$ escolhido pelo agente i no período t . Como já salientado na subseção anterior, estamos supondo que o custo médio de utilização de um dado preditor é o mesmo entre os agentes que utilizam o mesmo preditor em um dado período t , isto é, para quaisquer agentes i e j teremos $C(p_{i,t}) = C(p_{j,t})$ sempre que $p_{i,t} = p_{j,t}$. Além disso, todos os agentes que usam um determinado preditor em um dado período t apresentarão o mesmo grau de acurácia, ou seja, para quaisquer agentes i e j teremos $(\pi^e(p_{i,t}) - \pi_t) = (\pi^e(p_{j,t}) - \pi_t)$ sempre que $p_{i,t} = p_{j,t}$. Portanto, dada a função utilidade (10), segue que $U^d(p_{i,t}) = U^d(p_{j,t})$ para quaisquer agentes

⁴ Não foi coletado a expectativa do dia anterior à publicação do indicador, como feito para o preditor adaptativo, pois a publicação da inflação do mês t só é feita no mês $t+1$.

i e j sempre que $p_{i,t} = p_{j,t}$. Considerando esta homogeneidade entre agentes usando um mesmo preditor, sabemos por (5) que $\text{Prob}(p_{i,t}) = \text{Prob}(p_{j,t})$ sempre que $p_{i,t} = p_{j,t}$.

Consideramos, portanto, que o custo total incorrido pelo agente i na utilização de um determinado preditor no período t , dado pela soma $C(p_{i,t}) + \varsigma(p_{i,t})$, pode ser menor, maior ou igual ao custo médio do preditor a depender da habilidade cognitiva deste agente, representada por $\varsigma(p_{i,t})$. Assim, considerando-se a função utilidade (1), se o custo total de utilização do preditor for maior (menor) do que o custo médio, o componente aleatório $\varsigma(p_{i,t})$, que capta o diferencial de custos devido à heterogeneidade das habilidades cognitivas entre os agentes, será positivo (negativo). Isso significa que o i -ésimo agente apresentará habilidade cognitiva abaixo (acima) da habilidade média da população de agentes. Naturalmente, se o custo total de utilização do preditor $p_{i,t}$ for igual ao custo médio, o componente aleatório da função utilidade $\varsigma(p_{i,t})$ será nulo, de maneira que o i -ésimo agente apresentará habilidade cognitiva igual à habilidade cognitiva média da população de agentes.

Como em Almeida e Silveira (2017), adotaremos a hipótese de existência de uma hierarquia de custos médios crescentes com o nível de sofisticação do preditor proposta por Brock e Hommes (1997). Entretanto, diferentemente destes trabalhos, assumiremos que os custos crescem em progressão geométrica com o grau de sofisticação, ou seja, para qualquer período t teremos:

$$C(p_{i,t}) = \begin{cases} c, & \text{se } p_{i,j} = 1, \\ c(1 + \alpha), & \text{se } p_{i,j} = 2, \\ c(1 + \alpha)^2, & \text{se } p_{i,j} = 3, \end{cases} \quad (11)$$

sendo c e α constantes reais estritamente positivas. Cabe reiterar que a forma funcional em (11) é consistente com nossa premissa de que o custo médio de utilização de um dado preditor é o mesmo entre os agentes que utilizam o mesmo preditor em um dado período t , pois desta função custo médio segue que para quaisquer agentes i e j teremos $C(p_{i,t}) = C(p_{j,t})$ sempre que $p_{i,t} = p_{j,t}$.

O ABM de formação de expectativas estruturado pelo sistema (5)-(11) será composto por 140 agentes, pois segundo o BCB este é o número de instituições cadastradas na Pesquisa Focus. Para não viesar o processo de

seleção de preditores, no período inicial ($t=0$) foram distribuídas aleatoriamente as três estratégias de previsão na população de agentes até que cada uma delas fosse adotada por aproximadamente $\frac{1}{3}$ dos agentes. Assim, cada estratégia foi distribuída de modo que pelo menos 46 agentes adotassem cada uma destas, e para cada um dos dois agentes restantes foi alocado aleatoriamente uma das três estratégias. Definida a distribuição de estratégias de previsão em ($t=0$) na população de agentes, as previsões individuais sobre qual será a inflação vigente neste período são realizadas com base nos mecanismos de formação de expectativas (6), (7)-(8) e (9). A partir destas previsões são calculadas a mediana, a média e o desvio padrão do conjunto das 140 previsões individuais realizadas em ($t=0$). Tais estatísticas populacionais serão úteis adiante para calibragem do ABM e análise dos efeitos gerados pela inclusão do RT-5 no ambiente de formação de expectativas.

A partir do período $t=1$ a distribuição de estratégias de previsão da inflação na população de agentes passa a evoluir endogenamente. Ou seja, no início de cada período $t \geq 1$ todos os agentes se engajam em um processo de avaliação dos desempenhos relativos dos preditores tendendo a revisar suas escolhas em direção daqueles preditores que se mostraram mais exitosos recentemente. Mais precisamente, um dado período $t \geq 1$ inicia com os agentes usando as expectativas de inflação formadas no período anterior $t-1$ pelos preditores (6), (7)-(8) e (9), junto com o custo médio de cada predictor definido em (11), para calcularem, com base em (10), a utilidade determinística associada a cada alternativa no campo de escolha $\mathcal{P} = \{1,2,3\}$. Com estas utilidades determinísticas em mãos, as probabilidades de escolha em (5) referentes ao período $t \geq 1$ são obtidas. A partir de tais probabilidades, o processo de revisão das estratégias de previsão dos agentes é completado com a geração de um número aleatório $r_{i,t}$ para cada agente $i \in \mathcal{I}$ usando uma distribuição uniforme com suporte $[0,1] \subset \mathbb{R}$. Assim, o i -ésimo agente usará em $t \geq 1$ o predictor estático ($p_{i,t} = 1$) se $r_{i,t} \leq \text{Prob}(p_{i,t} = 1)$; escolherá o predictor adaptativo ($p_{i,t} = 2$) se $\text{Prob}(p_{i,t} = 1) < r_{i,t} \leq \text{Prob}(p_{i,t} = 1) + \text{Prob}(p_{i,t} = 2)$; ou escolherá o predictor VAR caso $r_{i,t} > \text{Prob}(p_{i,t} = 1) + \text{Prob}(p_{i,t} = 2)$. Definida a distribuição de estratégias de previsão em $t \geq 1$ na população de agentes, as previsões individuais sobre qual será a inflação vigente neste período são realizadas com base nos mecanismos de formação de expectativas (6), (7)-(8) e (9). O período $t \geq 1$ termina com os cálculos da mediana, da média e do desvio padrão do conjunto das 140 previsões individuais realizadas neste período. Esta sequência computacional que ocorre dentro de um determinado período $t \geq 1$ se repete em todo período $t = 1, 2, \dots, 236$.

Naturalmente, o protocolo computacional descrito no parágrafo anterior só pode ser efetuado fixando o valor do parâmetro intensidade de escolha β da função (5), bem como os valores dos parâmetros α e c da função custo médio (11). Para determinar estes valores utilizamos um método de calibração que consiste em encontrar o conjunto de parâmetros que minimiza a soma dos quadrados dos erros de previsão, entre as medianas, as médias e os desvios padrões empíricos e simulados. Os dados empíricos utilizados foram as séries disponibilizadas pelo BCB por meio do *Sistema Gerenciador de Séries Temporais* para a média, a mediana e o desvio padrão das expectativas a respeito do IPCA de instituições cadastradas na Pesquisa Focus⁵. O BCB disponibiliza séries diárias, mas para a calibração foram utilizadas apenas as expectativas da inflação mensal do dia da data de referência para o cálculo do RT-5 da Pesquisa Focus, ou seja, o último dia útil anterior à data de divulgação do IPCA-15. Os dados utilizados para a calibração vão de fevereiro de 2001 até setembro de 2020. Em outros termos, a combinação dos valores dos parâmetros β , α e c selecionada foi aquela que minimizou a seguinte função objetivo:

$$\Phi = \sum_{t=1}^{236} \left[\left(M_t^f - M_t^s \right)^2 + \left(MD_t^f - MD_t^s \right)^2 + \left(DP_t^f - DP_t^s \right)^2 \right] \quad (12)$$

sendo M_t^f a média das previsões da inflação para o mês t da Pesquisa Focus, a M_t^s média das previsões da inflação geradas por simulação no período t , MD_t^f a mediana das previsões da inflação para o mês t da Pesquisa Focus, MD_t^s a mediana das previsões da inflação geradas por simulação no período t , DP_t^f é o desvio padrão das previsões da inflação para o mês t da Pesquisa Focus e DP_t^s é o desvio padrão das previsões da inflação geradas por simulação no período t .

Para proceder à minimização, aplicamos um algoritmo de otimização que consiste em escolher de forma aleatória diversas combinações de parâmetros, sendo tais parâmetros encontrados dentro de um limite estabelecido previamente e partindo-se de uma configuração inicial para os mesmos. Utilizando uma primeira combinação aleatória de parâmetros, o algoritmo calcula computacionalmente valores simulados para a média, a mediana e o desvio padrão das expectativas dos agentes. Inserindo os valores empíricos e simulados na função objetivo (12) obtém-se o valor desta função associado ao vetor de valores dos parâmetros utilizados. O mesmo cálculo é feito para outra combinação aleatória de parâmetros. Se esta última combinação

⁵ Disponível em <https://www3.bcb.gov.br/expectativas/publico/consulta/serieestatisticas>.

fornecer uma maior acurácia (menor distância entre as séries simuladas e empíricas), ela é armazenada e a combinação anterior é descartada pela função. O processo se repete para 100.000 diferentes conjuntos de parâmetros ou até que o algoritmo encontre um conjunto que gere uma redução do valor de (12) inferior a 0,001.

Foram definidos os seguintes intervalos de valores possíveis para os parâmetros: $\alpha \in [0,10] \subset \mathbb{R}$, $\beta \in [0,60] \subset \mathbb{R}$ e $c \in [0,1] \subset \mathbb{R}$. Devido à existência de mínimos locais, procurou-se obter a configuração inicial de parâmetros que gerassem, após a finalização do algoritmo, o menor valor para a expressão (12). Para isto, 10.000 combinações iniciais foram escolhidas aleatoriamente dentre os valores admissíveis anteriormente especificados. Dentre as 10.000 diferentes combinações iniciais, a combinação de parâmetros minimizadora foi: $\alpha = 2,7435$, $\beta = 5,7336$, $c = 0,00256$. Tomando esta combinação como condição inicial, procedeu-se o processo de busca descrito no parágrafo anterior, resultando: $\alpha = 2,4918$, $\beta = 3,5884$ e $c = 0,000000143$.

Cabe notar que o valor da intensidade de escolha obtido na calibração é estritamente positivo e finito ($\beta = 3,5884$). Logo, no modelo computacional calibrado os agentes não escolhem de maneira completamente aleatória os preditores (pois, $\beta > 0$), de maneira que suas escolhas são influenciadas pelas acurácias e custos médios destes preditores. Entretanto, o preditor com melhor desempenho passado em termos destes atributos não é sempre o escolhido ($\beta \rightarrow \infty$), o que significa que a heterogeneidades cognitiva da população de agentes acaba influenciado no processo de formação de expectativas inflacionárias de curto prazo.

As propriedades emergentes do ABM proposto que serão apresentadas no que segue foram geradas, salvo menção ao contrário, usando os valores dos parâmetros encontrados na calibração do modelo, a distribuição aleatória inicial (i.e., para $t = 0$) das estratégias de previsão da inflação na população dos 140 agentes (número médio de instituições cadastradas na Pesquisa Focus) garantindo que cada previsor é usado inicialmente por $\frac{1}{3}$ destes (conforme já descrito detalhadamente) e fixando 237 passos de simulação (equivalentes aos 237 meses da janela de dados utilizados, que vai de janeiro de 2001 até setembro de 2020, como já especificado anteriormente).

Um primeiro experimento foi feito para verificar se as previsões simuladas reproduzem, em certo grau, as evoluções observadas das estatísticas agregadas das previsões dos respondentes da Pesquisa Focus. A Figura 1 mostra

gráficos para as medianas, as médias e os desvios padrões das séries observadas e das séries simuladas (i.e., geradas pelo ABM calibrado). Para gerar esses três gráficos, foi excluído o período referente às condições iniciais do modelo $t = 0$. Na referida figura, podemos constatar que as previsões geradas pelo modelo computacional conseguem, em geral, acompanhar os padrões de variação das estatísticas descritivas das previsões dos respondentes da Pesquisa Focus, principalmente a média e a mediana.

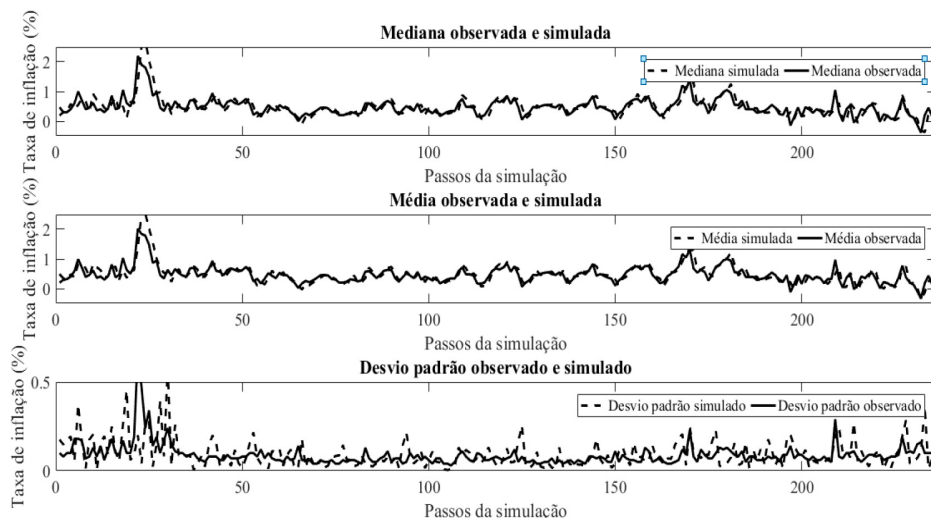


Figura 1 – Estatísticas agregadas das previsões observadas e simuladas da taxa de inflação sem a presença do RT-5.

Embora o desvio padrão simulado — assim como o observado — das previsões da taxa de inflação apresente grandes variações nos primeiros 40 períodos, e variações relativamente menores nos períodos seguintes, essa estatística não parece se ajustar tão bem quanto a média e a mediana. No presente trabalho, considerando as hipóteses simplificadoras adotadas, como o uso de um conjunto limitado de estratégias de previsão, não se espera que todas as estatísticas descritivas das previsões observadas do RT-5 sejam plenamente reproduzidas. De fato, não foram considerados, por exemplo, previsores capazes de captar choques aleatórios na economia. Cabe reiterar que o objetivo deste artigo não é desenvolver um ABM para prever o comportamento observado das previsões da taxa de inflação dos respondentes da pesquisa Focus, mas sim usar este ABM como uma representação minimamente realista do ambiente estratégico associado à

pesquisa Focus que possibilite a análise do impacto da inclusão do RT-5 sobre o desempenho (em termos de acurácia) das previsões da taxa de inflação dos respondentes, tomando como referência a versão do ABM sem a presença do RT-5 proposta na presente subseção.

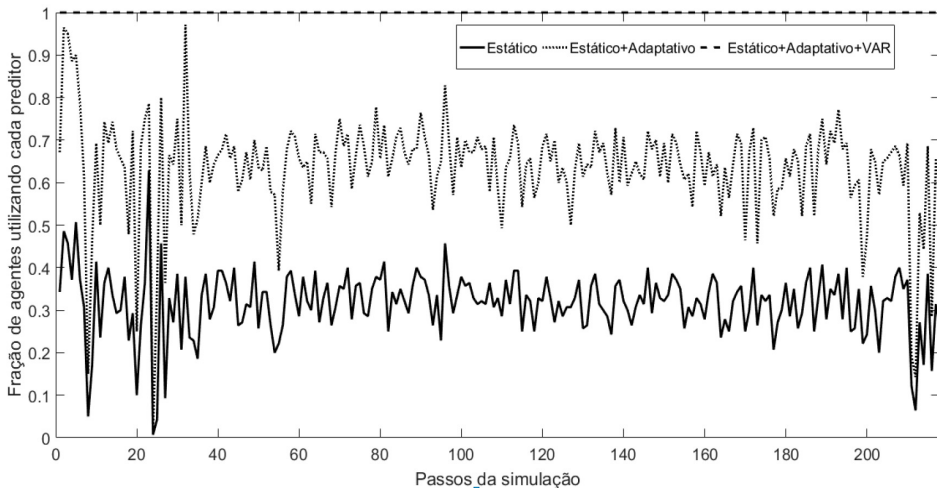


Figura 2 - Evolução da distribuição de estratégias de previsão da taxa de inflação na população de agentes sem a presença do RT-5 e a partir da distribuição inicial equitativa das estratégias de previsão.

Ademais, observamos que não ocorre extinção de qualquer preditor ao longo dos passos da simulação, ou seja, há heterogeneidade persistente das estratégias de formação de expectativas, conforme mostrado na Figura 2. A curva mais baixa nesta figura representa a proporção de agentes que utilizam o preditor estático, enquanto a curva do meio representa a soma da proporção dos agentes que utilizam o preditor estático e a proporção dos agentes que utilizam o preditor adaptativo, de maneira que a proporção de agentes que utilizam o preditor adaptativo é dada pela distância entre esta última e a curva abaixo. Por fim, a distância entre a linha paralela ao eixo das abscissas que cruza o eixo da ordenadas em 1 e a curva intermediária representa a proporção de agentes que utilizam o preditor VAR. Computando a média da proporção de uso por período de cada preditor durante os 236 passos da simulação, concluímos que a cada período, em média, 31,48% dos agentes utilizaram o preditor rígido, 31,79% dos agentes utilizaram o preditor adaptativo e 36,73% dos agentes utilizaram o preditor VAR. Considerando tais proporções médias, vemos que as frequências

de uso dos preditores são crescentes com respeito ao nível de sofisticação destes. Entretanto, este diferencial de sofisticação do preditor VAR não foi forte o suficiente para gerar uma predominância plena deste preditor na população de agentes. Inclusive, como se observa na Figura 2, há períodos em que mais da metade dos agentes utiliza o preditor estático ou o adaptativo.

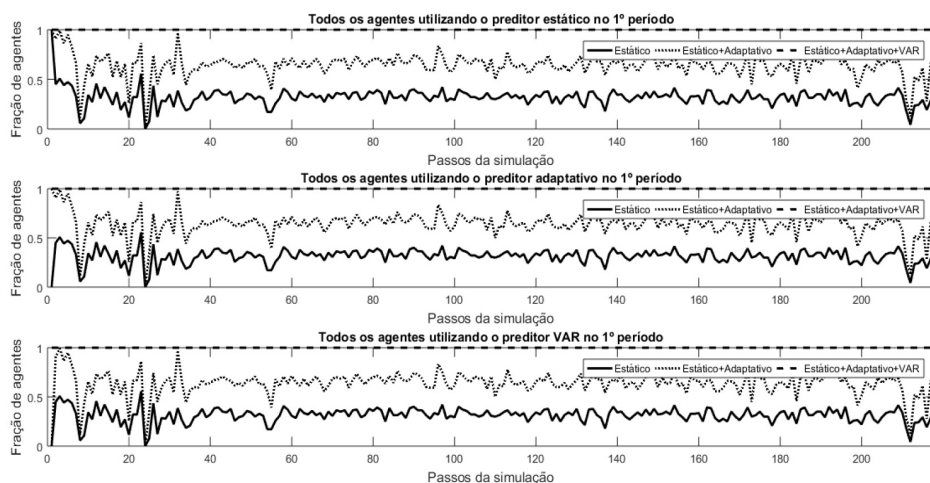


Figura 3 - Evolução da distribuição de estratégias de previsão da taxa de inflação na população de agentes sem a presença do RT-5 e a partir da distribuição inicial equitativa das estratégias de previsão.

Para avaliar se a persistência da heterogeneidade de escolhas, mostrada na Figura 2, não é consequência da distribuição inicial equitativa das estratégias de previsão, foi realizado um experimento computacional alterando as condições iniciais das simulações. A Figura 3 mostra as evoluções das proporções de uso dos preditores na população de agentes ao longo de períodos gerados a partir de três condições iniciais diferentes extremas, a saber, de que todos os agentes utilizam inicialmente apenas um dos três preditores. Observa-se que, independente da condição inicial escolhida, a heterogeneidade persistente das escolhas dos preditores na população dos agentes é uma característica emergente do modelo computacional.

3.3. Formação de expectativas de inflação sob a presença do Ranking Top 5

O modelo computacional proposto nesta subseção é uma versão estendida do ABM apresentado na subseção anterior, na qual são incorporadas características estruturais do ambiente estratégico criado pelo BCB via RT-5 da Pesquisa Focus. Segundo o BCB, o referido *ranking*, que classifica as instituições baseando-se no desempenho relativo de suas projeções, busca incentivar o aprimoramento da capacidade preditiva dos participantes da Pesquisa Focus. Considerando isto, esperamos que o ABM estendido que proporemos, que considera a estrutura de incentivos estabelecida pelo RT-5, apresente um melhor desempenho na previsão da inflação em relação à versão do ABM apresentada na subseção anterior.

Conforme metodologia publicada no site do BCB ⁶, a definição do RT-5 de curto prazo para o indicador de uma variável pesquisada (inflação, taxa de câmbio ou taxa básica de juros) baseia-se no desempenho relativo das projeções periódicas para este indicador feitas nos últimos 6 meses pelas instituições participantes da pesquisa. Mais precisamente, o RT-5 de curto prazo é construído a partir da seguinte medida de penalidade:

$$\psi_N^R = \frac{1}{6} \sum_{t=N-5}^N \{ (1 - j_{d_t}) (\text{penal.média})_{d_t} + j_{d_t} [(1 - k_{d_t}) (\text{penal.máxima})_{d_t} + k_{d_t} |E_{d_t} \tau_t^R - \tau_t|] \}, \quad (13)$$

na qual ψ_N^R é a penalidade atribuída à instituição R no mês N referente à última data de referência do período calculado; d_t é a data de referência ⁷ do indicador τ no mês $t \leq N$; τ_t é o resultado ocorrido do indicador τ no mês t ; $E_{d_t} \tau_t^R$ é a projeção da instituição R que seja válida ⁸ em d_t para τ_t ; $(\text{penal.média})_{d_t}$ é o desvio absoluto médio das projeções válidas em d_t em relação a τ_t ; $(\text{penal.máxima})_{d_t}$ é o desvio absoluto máximo entre as

⁶ Disponível em https://www.bcb.gov.br/content/controleinflacao/Documents/Expectativas_mercado/Focus/E20080211-Top5-Classificacao-Anual-para-as-Categorias-Curto-e-Medio-Prazo-e-Consolidacao-da-Metodologia.pdf.

⁷ Entende-se por data de referência de um determinado mês, o dia em que é verificado o nível de acerto das previsões mais atualizadas das instituições feitas no intervalo de um mês até a data de referência. A metodologia de coleta de informações sobre as expectativas de mercado para a inflação medida pelo IPCA estabelece uma única data de referência para cada mês t . O BCB divulga com antecedência tais datas. Por exemplo, o calendário para 2020 pode ser encontrado em https://www.bcb.gov.br/content/controleinflacao/controleinflacao_docs/Expectativas_mercado/Focus/alteracoes-na-Definicao-das-Datas-de-Referencia-Rankings-Top5.pdf.

⁸ Segundo o BCB (2019b), uma previsão da inflação medida pelo IPCA referente ao mês t será considerada uma *projeção válida* em um determinado dia caso conste no Sistema de Expectativas de Mercado naquele dia e tenha sido confirmada ou atualizada no período de 30 dias corridos anteriores.

projeções válidas em d_t em relação a τ_t . Por fim, j_{d_t} e k_{d_t} em (13) são funções indicadoras, definidas como segue:

$$j_{d_t} = \begin{cases} 1, & \text{se } d_t \text{ igual ou posterior ao dia da primeira previsão da instituição para } \tau, \\ 0, & \text{caso contrário, e} \end{cases} \quad (14)$$

$$k_{d_t} = \begin{cases} 1, & \text{se a instituição tem projeção válida em } d_t, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (15)$$

Considerando-se (13), a parcela de penalidade da instituição R referente a um mês $t \in \{N-5, N-4, \dots, N\}$ é dada por $\{(1 - j_{d_t})(\text{penal.média})_{d_t} + j_{d_t}[(1 - k_{d_t})(\text{penal.máxima})_{d_t} + k_{d_t}|E_{d_t}\tau_t^R - \tau_t|]\}$. Assim, caso a instituição R não tenha nenhuma projeção válida em qualquer mês até d_t , segue de (14) que $j_{d_t} = 0$, tal que a referida parcela se reduz à penalidade média, dada por $(\text{penal.média})_{d_t}$, cuja magnitude depende de todas as projeções válidas para τ_t feitas pelas instituições. Por sua vez, caso a instituição R tenha inserido pelo menos uma projeção válida para o indicador τ até a data de referência d_t , segue de (14) que $j_{d_t} = 1$, de maneira que a parcela da penalidade referente a t passa a ser simplesmente $(1 - k_{d_t})(\text{penal.máxima})_{d_t} + k_{d_t}|E_{d_t}\tau_t^R - \tau_t|$. Neste caso, o valor final desta parcela de penalidade dependerá também de a instituição ter ou não feito uma projeção válida para τ_t até a data de referência d_t . Caso não tenha feito isto, tem-se por (15) que $k_{d_t} = 0$, tal que a instituição recebe a penalidade máxima, dada por $(\text{penal.máxima})_{d_t}$, cuja magnitude também é endógena com relação às projeções válidas das demais instituições. Por sua vez, caso a instituição tenha feito uma projeção válida para τ_t até d_t , segue de (15) que $k_{d_t} = 1$, tal que a instituição recebe como penalidade o módulo do seu próprio erro de previsão com respeito a τ_t , dado por $|E_{d_t}\tau_t^R - \tau_t|$. Em suma, se a instituição R nunca respondeu a Pesquisa Focus nos últimos seis meses, ela receberá no sexto mês uma penalidade média; caso tenha respondido pelo menos em um dos cinco meses anteriores ao mês de referência e acabar por não responder neste último, ela receberá a penalidade máxima; finalmente, se a instituição R responder no mês de referência, sua penalidade dependerá exclusivamente do seu desempenho de previsão.

Quanto menor a medida de penalidade (13) para uma instituição R referente ao indicador τ , melhor será sua posição no *ranking* referente a este indicador. As instituições incluídas no RT-5 de curto prazo no mês de referência N são aquelas que apresentam os cinco menores valores para a função (13), cujo valor mínimo possível é zero. Portanto, a Pesquisa Focus, ao introduzir o RT-5, gera um sistema que põe em destaque as

instituições com elevados níveis de desempenho de projeção e que leva em consideração o desempenho de todos os agentes cadastrados nela, mesmo daqueles que não responderam à pesquisa. Logo, não só o campo de escolha dos agentes é alterado por esta pesquisa, mas também a função utilidade (ou *payoff*) de cada um destes. Portanto, diferentemente da versão do ABM apresentada na subseção anterior, a utilidade de cada participante da Pesquisa Focus passará a depender não só do preditor escolhido pelo agente no período corrente, mas também em parte de suas previsões passadas, bem como das escolhas de preditores feitas pelos demais agentes no presente e no passado. Portanto, o RT-5 cria uma situação de interação estratégica entre múltiplos agentes.

A representação deste ambiente estratégico criado pelo RT-5 de curto prazo para a inflação medida pelo IPCA traz de imediato a necessidade da ampliação do campo de escolha dos agentes (instituições participantes). A cada período t cada instituição deve decidir, primeiramente, se fornece ou não ao BCB sua previsão da inflação. Caso decida responder, além de poder usar um dos três preditores definidos na subseção anterior (preditor rígido, preditor adaptativo e preditor VAR), suporemos que cada instituição poderá, caso queira, fazer uso da mediana das previsões das instituições *Top 5* divulgada periodicamente pelo BCB, ou seja, assumir o seguinte comportamento imitativo:

$$\pi_t^e = \pi_{t-1}^{etop5_{t-2}}, \quad (16)$$

na qual $\pi_{t-1}^{etop5_{t-2}}$ é a mediana das expectativas de inflação formadas em $t-1$ pelos agentes que compuseram o RT-5 de curto prazo da simulação computacional com base no desempenho relativo apresentado no semestre terminado em $t-2$ e iniciado em $t-7$. Em outros termos, um agente que usa este preditor supõe que a inflação em t será similar a inflação prevista para $t-1$ pelo grupo de agentes integrantes do RT-5 de curto prazo em $t-2$. Sendo assim, todos os agentes têm o mesmo campo de escolha, formado por cinco alternativas distintas.

Seja $\mathcal{P} = \{1,2,3,4,5\} \subset \mathbb{N}$ o campo de escolha estendido e, como na subseção anterior, denotaremos a escolha (estado) do agente i no período t por $p_{i,t} \in \mathcal{P}$. Adotaremos a seguinte notação para quando o agente i for um respondente da Pesquisa Focus⁹: $p_{i,t} = 1$ se o agente i escolhe prever por meio do preditor estático; $p_{i,t} = 2$ se o agente i escolhe prever por meio do

⁹ Ou seja, ter uma projeção válida na data de referência d_t .

preditor adaptativo; $p_{i,t} = 3$ se o agente i escolhe prever por meio do preditor VAR; e $p_{i,t} = 4$ se o agente i escolhe usar a mediana das previsões dos *Top 5* para realizar suas projeções. Se o agente não responder a pesquisa, assumiremos que ele não realiza previsões no período considerado. Nesse último caso, $p_{i,t} = 5$.

Seguindo a motivação da hierarquia de custos apresentada na seção anterior, na versão estendida aqui apresentada adotaremos a seguinte hierarquia de custos: $C(p_{i,t} = 1) = C(p_{i,t} = 4) \leq C(p_{i,t} = 2) \leq C(p_{i,t} = 3)$ para qualquer período t . A igualdade $C(p_{i,t} = 1) = C(p_{i,t} = 4)$ se justifica pelo fato de que os esforços necessários para obtenção da inflação do mês anterior e da mediana das previsões dos agentes (instituições) que compõem o *ranking Top 5* com um período de defasagem são aproximadamente os mesmos. Considerando esta hierarquia de custos e a forma funcional (11), trabalharemos com a seguinte função custo médio de utilização de um preditor:

$$C(p_{i,t}) = \begin{cases} c, & \text{se } p_{i,t} = 1, \\ c(1 + \alpha), & \text{se } p_{i,t} = 2, \\ c(1 + \alpha)^2, & \text{se } p_{i,t} = 3, \\ c, & \text{se } p_{i,t} = 4, \\ 0, & \text{se } p_{i,t} = 5. \end{cases} \quad (17)$$

Em (17) estamos supondo que a decisão de não responder ($p_{i,t} = 5$) implica na não necessidade de realizar uma previsão (custo de previsão nulo).

Enquanto a posição de cada agente no RT-5 de curto prazo depende exclusivamente da função penalidade (13), suporemos que as utilidades determinísticas (*payoffs*) das instituições em um período t dependerão não só das penalidades atribuídas a elas (que dependem de suas previsões nos últimos seis meses), mas também dos custos médios dos preditores utilizados no último mês. Esse custo será igual para todos os agentes que estiverem usando o mesmo preditor, e o agente que não atualiza suas previsões não possui custo. Dado o exposto, podemos expressar a utilidade determinística do agente associada ao preditor $p_i \in S$ da seguinte forma:

$$U_i^d(p_{i,t}) = -[C(p_{i,t}) + \psi(\overline{p}_{i,t})], \quad (18)$$

na qual $\vec{p}_{i,t} = (p_{i,t-5}, p_{i,t-4}, p_{i,t-3}, p_{i,t-2}, p_{i,t-1}, p_{i,t})$ é o vetor de estratégias utilizadas nos últimos 6 períodos pelo i -ésimo agente, $C(p_{i,t})$ é o custo médio do preditor, como definido em (17), e $\psi(\vec{p}_{i,t}) = \psi_t^R$ a penalidade do agente i no tempo t , como definida em (13). Levando em conta o campo de escolha estendido $\mathcal{P} = \{1,2,3,4,5\}$ e usando a função utilidade (18), podemos por meio de (5) obter a probabilidade de um agente i escolher no próximo período o preditor $p_{i,t+1} = \kappa \in \mathcal{P}$.

O ABM proposto referente ao RT-5 de curto prazo para inflação medida pelo IPCA foi implementado computacionalmente como segue. De modo análogo à subseção anterior, as simulações foram rodadas com 140 agentes. Considerando que somente no fim do primeiro semestre de uma simulação é que passa a ser possível o cálculo da penalidade (13), nestes primeiros 6 períodos os agentes só podem escolher entre 4 opções: não realizarem projeções ou realizarem por meio do preditor rígido, do preditor adaptativo ou do preditor VAR. Sendo assim, nos 6 períodos iniciais de cada simulação, salvo menção ao contrário, distribuímos aleatoriamente estas quatro estratégias na população de agentes até que cada uma delas fosse adotada por $\frac{1}{4}$ dos agentes em cada período. Após estabelecidas as condições iniciais relativas ao primeiro semestre de uma simulação, as previsões individuais sobre a inflação mensal dos agentes respondentes em cada período $t = 0,1,\dots,5$ são realizadas com base nos mecanismos de formação de expectativas (6), (7)-(8), (9) e (16). Desse modo, em $t = 5$ torna-se possível calcular o RT-5 por meio do algoritmo semelhante ao utilizado pelo BCB baseado na medida de penalidade (13).

A partir do período $t = 6$ a distribuição de estratégias de previsão da inflação na população de agentes passa a evoluir endogenamente. Este período inicia com os agentes usando as expectativas de inflação formadas no período anterior pelos preditores (6), (7)-(8) e (9) e as funções (13), (17) e (18) para calcularem as utilidades determinísticas associadas a estes três preditores referentes a $t = 5$. Com base nestas três últimas funções, calcula-se também a utilidade determinística relativa ao período $t = 5$ da alternativa de não responder à pesquisa. Com estas utilidades determinísticas em mãos, as probabilidades de escolha em (5) referentes ao período $t = 6$ são obtidas. A partir de tais probabilidades, o processo de revisão das estratégias de previsão dos agentes é completado com a geração de um número aleatório $r_{i,t}$ para cada agente $i \in \mathcal{I}$ usando uma distribuição uniforme com suporte $[0,1] \subset \mathbb{R}$. Assim, lembrando que

em $t = 6$ temos $\mathcal{P} = \{1,2,3,5\}$, o i -ésimo agente usará neste período o preditor estático ($p_{i,t} = 1$) se $r_{i,t} \leq \text{Prob}(p_{i,t} = 1)$; escolherá o preditor adaptativo ($p_{i,t} = 2$) se $\text{Prob}(p_{i,t} = 1) < r_{i,t} \leq \text{Prob}(p_{i,t} = 1) + \text{Prob}(p_{i,t} = 2)$; escolherá o preditor VAR se $\text{Prob}(p_{i,t} = 1) + \text{Prob}(p_{i,t} = 2) < r_{i,t} \leq \text{Prob}(p_{i,t} = 3)$; ou escolherá não responder a pesquisa caso $r_{i,t} > \text{Prob}(p_{i,t} = 1) + \text{Prob}(p_{i,t} = 2) + \text{Prob}(p_{i,t} = 3)$. Definida a distribuição de estratégias de previsão em $t = 6$ na população de agentes, as previsões individuais dos agentes que decidirem responder a pesquisa sobre qual será a inflação vigente neste período são realizadas com base nos mecanismos de formação de expectativas (6), (7)-(8) e (9). O período $t = 6$ termina com os cálculos da mediana, da média e do desvio padrão do conjunto das 140 previsões individuais realizadas neste período, bem como da mediana das previsões do grupo de respondentes que fazem parte do RT-5 de curto prazo.

Para qualquer período $t \geq 7$, além das quatro alternativas disponíveis no período anterior, os agentes passam a ter a informação necessária para usarem, caso queiram, o preditor (16), ou seja, o campo de escolha passa a ser $\mathcal{P} = \{1,2,3,4,5\}$. Cada período $t \geq 7$ inicia com os agentes usando as expectativas de inflação formadas no período anterior pelos preditores (6), (7)-(8), (9) e (16) e as funções (13), (17) e (18) para calcularem as utilidades determinísticas associadas a estes quatro preditores referentes a $t = 6$. Com base neste mesmo trio de funções, calcula-se também a utilidade determinística associada ao período $t = 6$ da alternativa de não responder à pesquisa. Com estas utilidades determinísticas em mãos, as probabilidades de escolha em (5) referentes ao período $t \geq 7$ são computadas. A partir de tais probabilidades, o processo de revisão das estratégias de previsão dos agentes é finalizado com a geração de um número aleatório $r_{i,t}$ para cada agente $i \in \mathcal{I}$ usando uma distribuição uniforme com suporte $[0,1] \subset \mathbb{R}$. Dessa forma, o i -ésimo agente usará no período $t \geq 7$ o preditor estático ($p_{i,t} = 1$) se $r_{i,t} \leq \text{Prob}(p_{i,t} = 1)$; escolherá o preditor adaptativo ($p_{i,t} = 2$) se $\text{Prob}(p_{i,t} = 1) < r_{i,t} \leq \text{Prob}(p_{i,t} = 1) + \text{Prob}(p_{i,t} = 2)$; escolherá o preditor VAR ($p_{i,t} = 3$) se $\text{Prob}(p_{i,t} = 1) + \text{Prob}(p_{i,t} = 2) < r_{i,t} \leq \text{Prob}(p_{i,t} = 3)$; escolherá o preditor baseado na mediana passada das previsões do RT-5 ($p_{i,t} = 4$) se $\text{Prob}(p_{i,t} = 1) + \text{Prob}(p_{i,t} = 2) + \text{Prob}(p_{i,t} = 3) < r_{i,t} \leq \text{Prob}(p_{i,t} = 4)$; ou escolherá não responder a pesquisa caso $r_{i,t} > \text{Prob}(p_{i,t} = 1) + \text{Prob}(p_{i,t} = 2) + \text{Prob}(p_{i,t} = 3) + \text{Prob}(p_{i,t} = 4)$. Definida a distribuição de estratégias de previsão na população de agentes, as previsões individuais dos agentes que decidirem responder a pesquisa sobre qual será a inflação vigente neste período são realizadas com base nos mecanismos de formação de expectativas (6), (7)-(8) e (9). O período $t \geq 7$ termina com os cálculos da mediana,

da média e do desvio padrão do conjunto das 140 previsões individuais realizadas neste período, bem como a mediana das previsões do grupo de respondentes que compuseram o RT-5. Esta sequência computacional que ocorre dentro de um determinado período $t \geq 7$ se repete para todos os períodos $t = 7, 8, \dots, 236$.

Para verificar como a implementação da Pesquisa Focus afeta as propriedades do processo de formação de expectativas inflacionárias, vamos supor que a estrutura hierárquica dos custos de predição não é afetada pela introdução deste mecanismo de incentivo. Em outros termos, aplicaremos os valores calibrados dos parâmetros da função custo (11) na função (17), de maneira que o impacto da introdução do RT-5 poderá afetar apenas a intensidade de escolha β .

Para determinar o valor do parâmetro β que fornece o melhor grau do ajuste do ABM com RT-5, usaremos o mesmo método de calibração aplicado ao modelo de referência (versão sem a presença do RT-5) apresentado na subseção anterior, tomando como dados os valores dos parâmetros α e c . Em outras palavras, procuramos o valor do parâmetro $\beta \in [0,60] \subset \mathbb{R}$ que minimiza a função objetivo (12), dados $\alpha = 2,4918$ e $c = 0,000000143$. Devido à existência de mínimos locais, foram escolhidos aleatoriamente diferentes valores iniciais para o parâmetro no intervalo $[0,60] \subset \mathbb{R}$ para executar o algoritmo de minimização descrito na subseção 3.2. Dentre estes 1.000 valores iniciais do parâmetro β , 10 deles (sendo o menor valor igual a 25,9796 e o maior 51,7081) minimizaram a função objetivo (12). Tomando tais valores como condições iniciais para o parâmetro β , procedeu-se novamente o processo de busca de um mínimo, o qual convergiu para $\beta=30,33$ para todas as 10 condições iniciais¹⁰.

¹⁰ Realizamos também uma análise com os parâmetros α e c também endógenos. Aplicando o mesmo método de calibração, chegamos a $\beta = 28,6232$, $\alpha = 2,3211$ e $c = 0,000416$. Percebe-se que houve um aumento no valor do parâmetro c , mas os parâmetros α e β permaneceram na mesma ordem de grandeza. Entretanto, apesar do aumento no valor do parâmetro c , simulações mostraram que a versão com esta calibração considerando os parâmetros de custo endógenos não alterou consideravelmente as propriedades emergentes do ABM estendido.

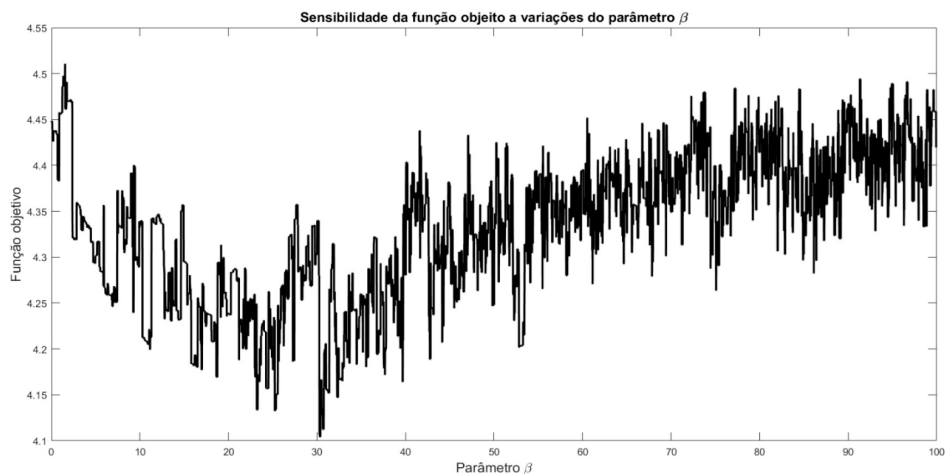


Figura 4 - Sensibilidade da função objetivo às variações do parâmetro no modelo de formação de expectativas de curto prazo associado à Pesquisa Focus.

Dada a centralidade do parâmetro β (intensidade de escolha) no ABM proposto, cabe testar se processo de calibração descrito no parágrafo anterior não selecionou um mínimo local. Isso foi feito variando o referido parâmetro de 0 a 100, usando um acréscimo de 0,01. Em outros termos, simulou-se o modelo para 10001 valores equidistantes de β , iniciando em 0 e terminando em 100, e fixando c e α em seus respectivos valores calibrados. Cada uma destas simulações tomaram as mesmas condições iniciais estabelecidas nesta subseção, a mesma semente de números aleatórios e foi rodado 237 períodos. Para cada uma destas 10001 simulações, foi calculado a função objetivo (12), utilizando-se os 230 últimos passos de cada simulação. Observa-se na Figura (4) que, para diferentes valores de β , existem vários mínimos locais, evidenciando a necessidade do procedimento feito na calibração para evitar cair em um desses mínimos. O valor que efetivamente minimizou a função objetivo foi 30,33.

O valor encontrado para a intensidade de escolha do ABM estendido ($\beta = 30,33$) é bem superior ao respectivo valor encontrado no ABM de referência ($\beta = 3,5884$), o que significa que sob a presença do RT-5 o processo de formação de expectativas tornou-se muito mais responsivo aos incentivos observados (utilidades determinísticas). Esta maior responsividade dos agentes aos ganhos de acurácia (descontados os custos de predição), permite inferir que o ABM estendido apresente uma melhor aderência, medida por (12), ao painel de valores mensais ocorridos da mediana, média

e desvio padrão das expectativas de inflação dos respondentes da Pesquisa Focus. Com efeito, na versão de referência (sem o RT-5) do ABM o valor mínimo da função (5) alcançado foi $\Phi|_{\beta=3,5884} = 4,507$, ao passo que no ABM estendido (com RT-5) foi alcançado um valor menor, dado por $\Phi|_{\beta=30,33} = 4,1039$. Além disso, cabe destacar que a média do desvio absoluto da média das expectativas dos respondentes em relação ao respectivo valor observado da inflação no ABM de referência foi de 0,1798, ao passo que para o ABM estendido foi de 0,1788. Por sua vez, o desvio padrão médio das expectativas gerado pelo ABM de referência foi de 0,0932, enquanto o respectivo desvio padrão no ABM estendido foi de 0,0786. Esses resultados reforçam a conclusão de que o RT-5 contribui para melhora da acuidade do conjunto das previsões dos participantes da Pesquisa Focus.

Todas as propriedades emergentes do ABM referente ao RT-5 de curto prazo para inflação medida pelo IPCA que serão apresentadas no restante desta seção e na próxima foram obtidas a partir de simulações computacionais realizadas, salvo menção ao contrário, fixando $\beta = 30,33$, $\alpha = 2,49$ e $c = 0,000000143$, bem como estabelecendo as condições iniciais para os seis primeiros períodos ($t = 0,1, \dots, 5$), como já detalhado, de maneira que os usos dos tipos de preditores disponíveis são uniformemente distribuídos na população de agentes. Novamente, foram fixados 237 passos de simulação, equivalentes aos 237 meses da janela de dados utilizados, com $t = 0$ correspondendo a janeiro de 2001 e $t = 236$ a setembro de 2020.

Apesar do processo de formação de expectativas ter se tornado muito mais responsivo às acurácias dos preditores sob a presença do RT-5 (refletido no maior valor de β calibrado, a persistência da heterogeneidade de expectativas de inflação ainda aparece como propriedade emergente do ABM estendido, como mostra a Figura 5. Nela podemos constatar que, assim como no ABM de referência, as estatísticas agregadas das previsões geradas pelo ABM estendido conseguem, em geral, acompanhar os padrões de variação da mediana, da média e do desvio padrão das previsões da inflação efetivamente realizadas pelos respondentes da Pesquisa Focus.

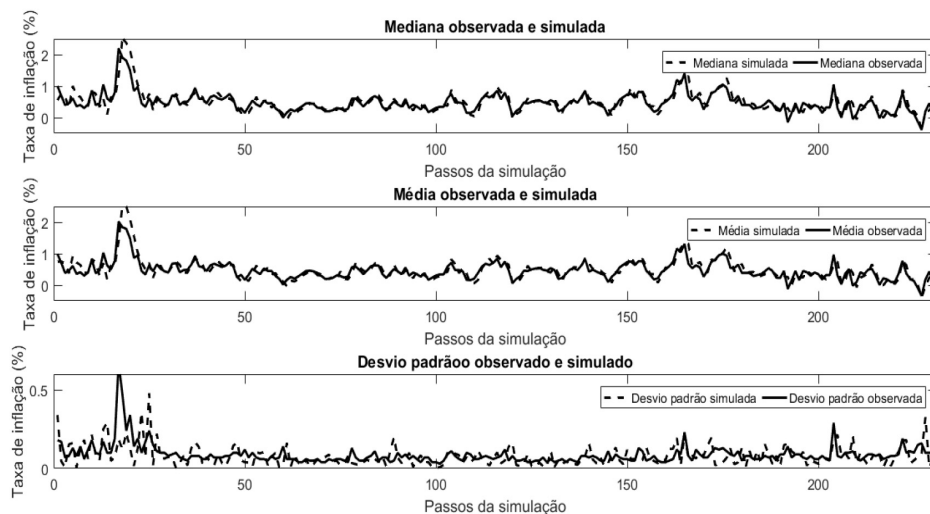


Figura 5 - Estatísticas agregadas das previsões observadas e simuladas da taxa de inflação com a presença do RT-5.

O painel superior da Figura 6 mostra que, após o primeiro semestre necessário para estabelecer as condições iniciais do ABM estendido, a proporção de respondentes oscilou em torno de 86% do total de agentes. Esta proporção média ficou próxima do respectivo valor empiricamente estimado¹¹ de 80,46%, obtido a partir de dados disponíveis¹². Por sua vez, o painel inferior da referida figura mostra o comportamento ao longo da simulação das proporções dos respondentes que utilizaram os preditores a cada período ao longo da simulação. A curva mais baixa representa a proporção de respondentes que utilizam o preditor estático. Já a curva superior subsequente representa a soma da proporção dos agentes que utilizam o preditor estático e a proporção dos agentes que utilizam o preditor adaptativo, de maneira que a proporção de agentes que utilizam o preditor adaptativo é dada pela distância entre esta última e a curva abaixo desta. Por sua vez, a terceira curva de baixo para cima no gráfico representa a soma das proporções de agentes que usam um dos seguintes preditores: estático, adaptativo ou VAR. Naturalmente, a distância entre esta curva

¹¹ A proporção de instituições respondentes da Pesquisa Focus foi calculada dividindo o número de instituições respondentes no dia da data de referência para o cálculo do ranking Top 5 pelo número total de instituições da pesquisa (aproximadamente 140 instituições, segundo o BCB).

¹² O número de instituições respondentes da Pesquisa Focus referente à inflação medida pelo IPCA no período de janeiro de 2014 até setembro de 2020 pode ser acessado em <https://www3.bcb.gov.br/expectativas/publico/consulta/serieestatisticas>

é a curva imediatamente inferior representa a proporção de respondentes que utilizam o preditor VAR. Por último, a distância entre a linha paralela ao eixo das abscissas que cruza o eixo da ordenadas em 1 e a curva mais alta representa a proporção de agentes que seguem a mediana das previsões dos agentes *Top 5*. Como no ABM sem o RT-5, podemos ver que a heterogeneidade das escolhas de preditor é persistente e variante no tempo, bem como não ocorre a predominância total de um destes preditores entre os respondentes. Passados os seis períodos referentes às condições iniciais, a proporção de respondentes utilizando cada preditor muda ao longo do tempo, mas oscila em torno de 0,25. No entanto, observa-se períodos em que quase a totalidade dos agentes utilizam o preditor rígido ou adaptativo e períodos em que boa parte deles utilizam o preditor VAR ou simplesmente copiam a mediana passada dos *Top 5*. Em momentos de baixa volatilidade da inflação, o custo de obter e processar as informações pode não compensar o benefício de formar expectativas de maneira ótima. Portanto, nesses momentos, pode ser ótimo para os agentes escolher o preditor mais barato (rígido ou imitar os *Top 5*) do que escolher o preditor que possui menor erro quadrático médio (preditor VAR). Computando a média da proporção de uso por período de cada preditor durante os 231 passos finais da simulação, concluímos que a cada período, em média, 21,38% dos respondentes escolheram prever por meio do preditor rígido, 22,29% por meio do preditor adaptativo, 30,80% por meio do preditor VAR e 25,53% copiando a mediana passada das expectativas dos *Top 5*.

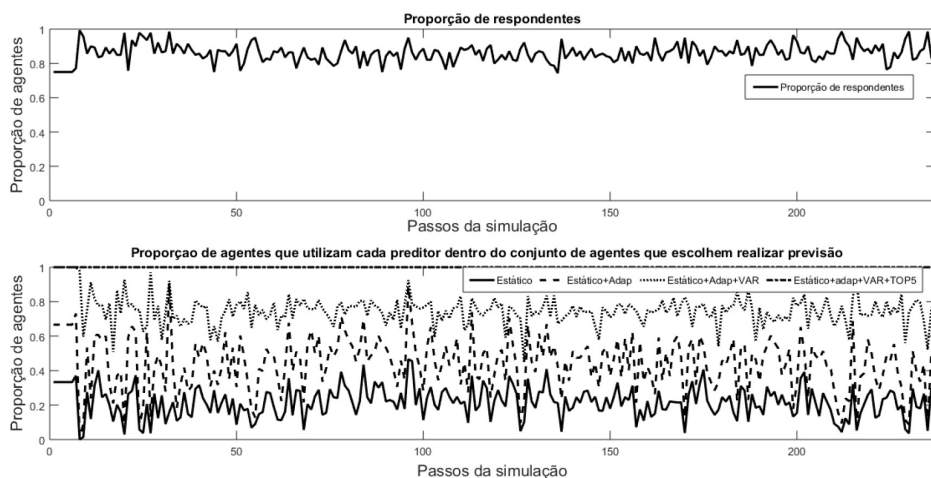


Figura 6 - Proporção de respondentes na população de agentes e distribuição de estratégias de previsão da inflação na população de respondentes geradas por simulação do ABM com a presença do RT-5.

Para verificar se a distribuição inicial aleatória e uniforme entre as alternativas de escolha disponíveis nos 6 primeiros períodos não é a responsável pela persistência da heterogeneidade das escolhas de preditores, realizamos experimentos computacionais alterando as condições iniciais das simulações. A Figura 7 mostra as evoluções da proporção de respondentes na população de agentes ao longo dos 237 períodos geradas a partir de três condições iniciais diferentes extremas, a saber, nos primeiros 6 períodos todos os agentes respondem a pesquisa e o fazem utilizando inicialmente apenas um dos três preditores disponíveis (estático, adaptativo e VAR)¹³. Observa-se na Figura 7 que, passado os períodos iniciais, a distribuição das estratégias se assemelha ao caso em que elas são inicialmente distribuídas na mesma proporção. Por sua vez, na Figura 8, análoga à Figura 6, mas com condições iniciais extremas, podemos observar o comportamento das proporções dos respondentes que utilizaram os preditores por período ao longo da simulação. Novamente, podemos inferir que, passado os períodos iniciais, a distribuição dos preditores entre os respondentes por período se assemelha ao caso em que elas são inicialmente distribuídas na mesma proporção. Portanto, em termos gerais, as condições iniciais não parecem afetar o padrão da distribuição de alternativas em torno do qual o sistema gravita.

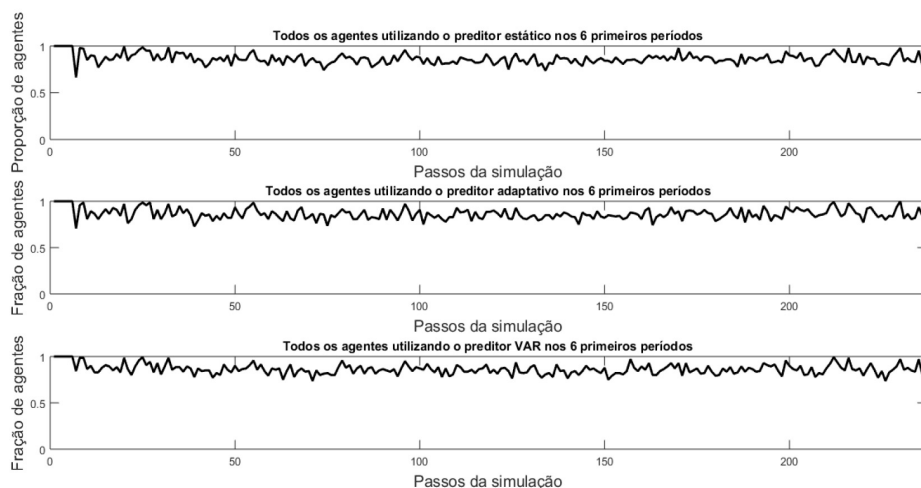


Figura 7 - Proporção de respondentes na população de agentes gerado por simulação do ABM com a presença do RT-5 a partir de diferentes condições iniciais.

¹³ Não foi feito o teste para o caso de não haver previsão porque, se assim fosse, não seria possível calcular os Top 5 referente ao sexto período, já que, por construção, nenhum agente teria realizado previsões.

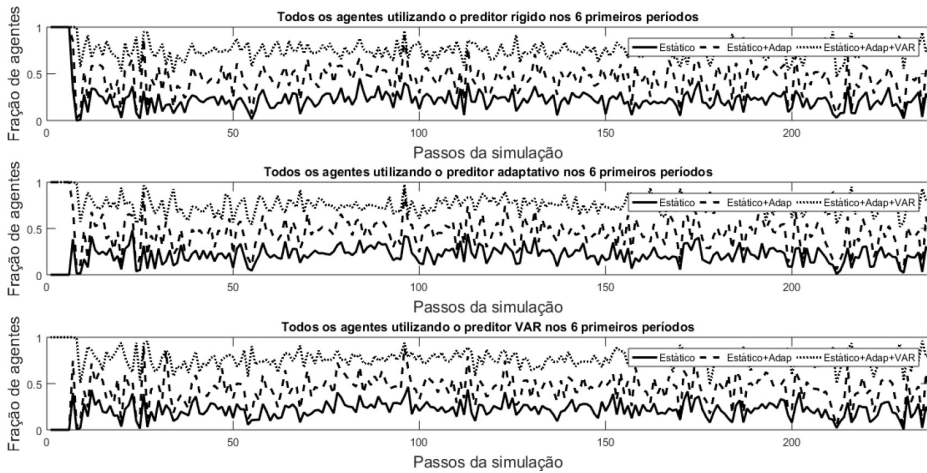


Figura 8 - Evolução da distribuição de estratégias de previsão na população de agentes gerada pelo ABM com a presença do RT-5 e a partir de diferentes condições iniciais.

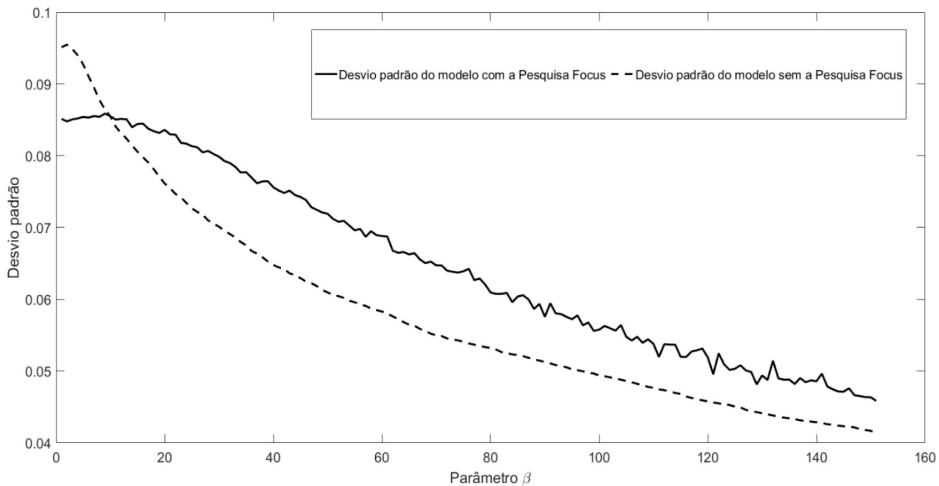


Figura 9 - Variação do desvio padrão das expectativas de curto prazo ao aumentarmos o valor do parâmetro β nos modelos de formação de expectativas de curto prazo sem e com a Pesquisa Focus.

Cabe ainda fazer mais algumas análises de robustez do ABM com a presença do RT-5 apresentado nesta subseção. Como já salientado anteriormente, o parâmetro β mede a intensidade de escolha. Lembrando, para valores

baixos de β , as escolhas das estratégias se tornam quase que equiprováveis. Já para valores de β tendendo ao infinito, a escolha da estratégia será quase que certamente a que apresenta maior utilidade determinística. Assim, espera-se que, ao aumentarmos o valor de β , o desvio padrão das expectativas de inflação se tornem cada vez menores, uma vez que a tendência é que cada vez mais agentes escolham aquela(s) estratégia(s) que apresenta(m) a maior acurácia em um dado período da simulação.

Considerando isso, a Figura 9 mostra como o desvio padrão das previsões da inflação se comportam com respeito a valores crescentes do parâmetro β . O gráfico foi feito variando o valor do parâmetro β de 0 a 150 usando um acréscimo de 1, para 151 valores equidistantes do mesmo, mantendo o valor dos demais parâmetros constantes e extraíndo a média do desvio padrão das expectativas dos respondentes para os últimos 231 períodos, utilizando-se sempre a mesma semente de números aleatórios. Como era de se esperar, temos uma trajetória decrescente para o desvio padrão para valores cada vez maiores de β , tanto para a versão do ABM com a presença do RT-5, como para a versão sem a presença do RT-5, apresentada e analisada na subseção 3.2. Primeiramente, observa-se que, para valores de β acima de 10, a mesma intensidade de escolha leva a um desvio padrão das previsões da inflação sistematicamente menor na versão sem a presença do RT-5 comparada a versão com o RT-5. Esse fato acontece pois, para ambos os modelos computacionais, as diferenças das utilidades determinísticas entre as estratégias de previsão são determinadas pela diferença das acuidades dessas estratégias, porém, para o caso do modelo computacional desta subseção, as diferenças das acuidades ao utilizar as diferentes estratégias de previsão no último período é “suavizada” quando se consideram os desempenhos relativos dos agentes nos seis últimos períodos, e não apenas o desempenho estritamente individual (i.e., sem considerar as previsões dos demais agentes) do último período, como no caso do modelo sem a Pesquisa Focus, analisado na subseção anterior. Isso faz com que seja necessário um maior valor de β para que o diferencial de desempenho das estratégias do último período gere uma mesma propensão à escolha da estratégia com melhor desempenho. Mais ainda, considerando que o valor calibrado de β para o modelo sem RT-5 foi de 3,5884, enquanto o valor calibrado de β para o modelo com o RT-5 foi de 30,33, tem-se que o desvio padrão médio das expectativas gerado pelo ABM de referência foi de 0,0932, sendo maior do que o desvio padrão no ABM estendido, que foi de 0,0786, corroborando a ideia de que a presença do RT-5 torna o processo de formação de expectativas mais responsivo aos incentivos observados.

Além disso, como já notado, observa-se que ambas as curvas apresentam tendência decrescente. Entretanto, enquanto a curva pontilhada apresenta uma queda monotônica do desvio padrão com respeito à intensidade de escolha, a outra apresenta flutuações em torno da tendência decrescente. Esse comportamento pode ser entendido levando em consideração que, ao aumentarmos o valor do parâmetro β , há também uma melhora na acurácia de previsão dos Top 5, isso gera uma “disputa” entre a estratégia de previsão que apresentou a melhor acuidade no período anterior e a estratégia de previsão de imitar a mediana dos Top 5, aumentando, para alguns poucos valores maiores de β , as divergências das expectativas.

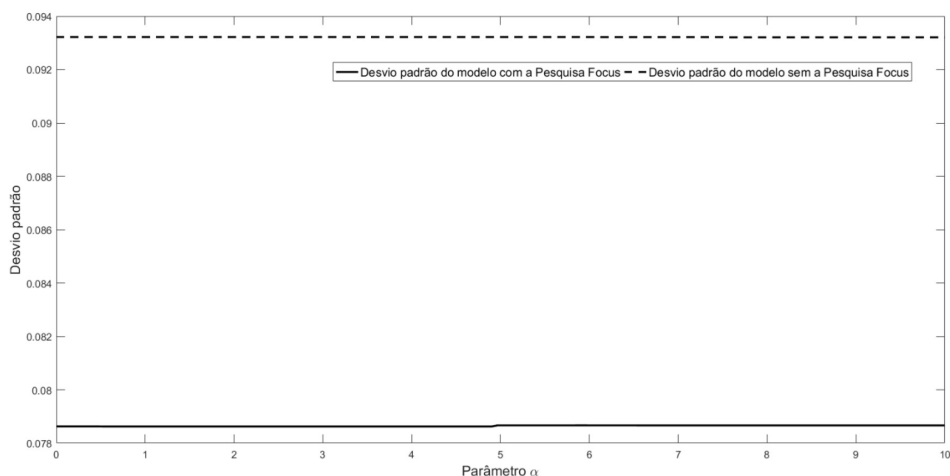


Figura 10 - Variação do desvio padrão das expectativas de curto prazo ao variarmos o valor do parâmetro α nos modelos de formação de expectativas de curto prazo sem e com a Pesquisa Focus.

Por fim, como parte da análise de robustez do modelo e com o objetivo adicional de avaliar sua resposta a variações paramétricas na função de custo especificada em (17), apresenta-se um experimento ilustrado nas Figuras 10 e 11. Nesse experimento, variam-se, respectivamente, os valores do parâmetro α de 0 a 10 e do parâmetro c de 0 a 0,01, ambos em 150 pontos equidistantes dentro de seus respectivos intervalos. Em cada um dos experimentos associado a um determinado parâmetro, os demais parâmetros foram mantidos constantes em seus valores calibrados, e, para cada valor do parâmetro em foco, foi calculada a média do desvio padrão das expectativas dos agentes ao longo dos últimos 231 períodos simulados, sempre utilizando a mesma semente de números aleatórios.

Uma primeira análise da função custo (17) pode sugerir que a suposição de custos não lineares gera grandes disparidades nos custos entre as diferentes estratégias de previsão. No entanto, como se observa na Figura 10, praticamente não há variações no desvio padrão das expectativas quando se altera o parâmetro α , mantendo os demais parâmetros fixos. Isso se deve ao fato de que o valor calibrado de c é bastante reduzido, o que limita o impacto da não linearidade dos custos. Tal resultado evidencia que, embora os custos sejam não lineares, variações significativas no parâmetro que regula a taxa de crescimento desses custos não afetam a persistência da heterogeneidade nas expectativas, refletida, neste experimento, por um desvio padrão estritamente positivo das expectativas de inflação simuladas.

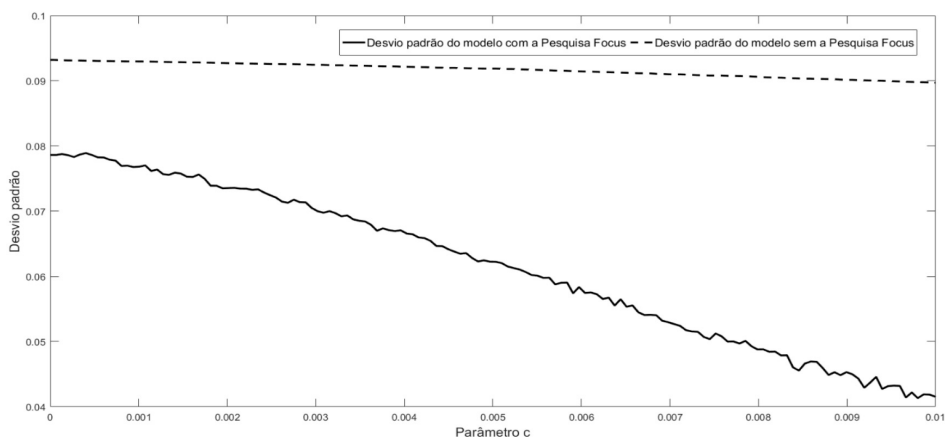


Figura 11 - Variação do desvio padrão das expectativas de curto prazo ao aumentarmos o valor do parâmetro c nos modelos de formação de expectativas de curto prazo sem e com a Pesquisa Focus.

Adicionalmente, a Figura 11 mostra que, à medida que o valor do parâmetro c aumenta, o desvio padrão das expectativas tende a diminuir. Uma possível interpretação para esse resultado é que, ao elevar o custo, o diferencial entre preditores torna-se mais relevante: preditores mais simples, como o estático ou a mediana das previsões dos Top 5, tornam-se relativamente mais atrativos frente a preditores mais complexos, como o adaptativo e, especialmente, o VAR. Com isso, os agentes passam a migrar para preditores menos custosos, já que o ganho de acurácia dos mais sofisticados não compensa o custo adicional. Essa queda no desvio padrão é mais acentuada no modelo com a Pesquisa Focus, principalmente porque

o parâmetro calibrado β é maior nesse caso, tornando os agentes mais responsivos aos incentivos observados (i.e., às utilidades determinísticas) em um ambiente competitivo como o gerado pelo *Ranking Top 5*.

4. Propriedades emergentes do modelo computacional e padrões empíricos detectados pela literatura

Os experimentos computacionais apresentados nesta seção buscam mostrar que o ABM com RT-5 proposto na subseção 3.3 consegue gerar como propriedades emergentes alguns fatos estilizados detectados por estudos que analisaram séries temporais das expectativas de inflação medida pelo IPCA dos respondentes da Pesquisa Focus.

Com o intuito de analisar a correlação de variáveis agregadas da Pesquisa Focus, Meurer e Lima (2017) analisaram os coeficientes de correlação entre quatro estatísticas da Pesquisa Focus: a mediana (*MD*) e o desvio padrão (*DP*) do conjunto das previsões da inflação medida pelo IPCA dos respondentes e a mediana (*MD_{Top5}*) e o desvio padrão (*DP_{Top5}*) das previsões do subconjunto formado pelos respondentes pertencentes ao RT-5. Os autores utilizaram dados diários de abril de 2010 a agosto de 2016 e os resultados encontrados pelos mesmos são encontrados na Tabela 1.

Tabela 1 - Coeficientes de correlação entre medianas e desvios padrões das expectativas de inflação medida pelo IPCA da Pesquisa Focus

	<i>MD</i>	<i>DP</i>	<i>MD_{Top5}</i>	<i>DP_{Top5}</i>
<i>MD</i>	1			
<i>DP</i>	0,532	1		
<i>MD_{Top5}</i>	0,985	0,516	1	
<i>DP_{Top5}</i>	0,208	0,622	0,206	1

Fonte: Meurer e Lima (2017, p. 7).

Tabela 2- Coeficientes de correlação entre medianas e desvios padrões das expectativas de inflação medida pelo IPCA gerados por simulação

	<i>MD</i>	<i>DP</i>	<i>MD_{Top5}</i>	<i>DP_{Top5}</i>
<i>MD</i>	1			
<i>DP</i>	0,2113	1		
<i>MD_{Top5}</i>	0,9932	0,2279	1	
<i>DP_{Top5}</i>	0,1826	0,8098	0,2061	1

Na Tabela 2 se encontram as mesmas estatísticas extraídas dos dados gerados por simulação do ABM com RT-5. Para calcular essas correlações foram extraídos a mediana e desvio padrão do conjunto de previsões realizadas nos últimos 231 passos da simulação. O mesmo foi feito para o subconjunto de respondentes do RT-5.

De modo similar ao resultado empírico encontrado por Meurer e Lima (2017) para as expectativas de inflação medida pelo IPCA dos respondentes da Pesquisa Focus, observa-se um alto coeficiente de correlação entre a mediana do grupo Top 5 e a mediana agregada, o que indica que este grupo é uma boa aproximação do conjunto dos agentes. Também semelhante ao encontrado por Meurer e Lima (2017), observa-se um coeficiente de correlação positivo entre a mediana do agregado dos respondentes e o desvio padrão das previsões, indicando que, quando há um aumento da mediana das expectativas, a dispersão das previsões é maior. De acordo com Meurer e Lima (2017, 7), dado a hipótese de maior incerteza nas previsões estar associada com maior taxa de inflação (Ball 1992; Fountas 2001), esse resultado é um indício de que a relação entre a incerteza nas previsões existe também para a própria taxa de inflação esperada.

Os referidos autores encontraram também um coeficiente de correlação entre a mediana dos Top 5 e o desvio padrão desse grupo igual a 0,206, enquanto a correlação entre a mediana e o desvio padrão do agregado dos respondentes foi de 0,532. Assim, eles concluíram que existe uma proximidade nas previsões dentro do grupo que mais acerta as projeções. O coeficiente de correlação encontrado no modelo computacional para a mediana dos Top 5 e o desvio padrão desse grupo foi bem similar ao relatado empiricamente, embora apenas um pouco menor do que a mesma correlação para o agregado dos agentes do modelo computacional, havendo, portanto, apenas um fraco indício de que, para o ABM com RT-5, também

há uma maior proximidade nas previsões do grupo que mais acerta em relação ao agregado. Como afirmam Meurer e Lima (2017), vale notar que, como a previsão utilizada para a apuração do RT-5 considera as previsões dos 6 períodos anteriores, pode-se concluir que o grupo de instituições que mais acertou no passado permanece tendo baixa divergência nas previsões para o período seguinte.

Meurer e Lima (2017) encontraram um coeficiente de correlação entre a mediana dos *Top5* e o desvio padrão desse grupo igual a 0,206, enquanto a correlação entre a mediana e o desvio padrão do agregado das instituições foi de 0,532, o que indica que as projeções do grupo RT-5 são uma boa aproximação das respectivas projeções do conjunto dos respondentes. Semelhante ao encontrado por Meurer e Lima (2017), observa-se um coeficiente de correlação positivo entre a mediana do agregado dos respondentes e o desvio padrão das previsões, indicando que, quando há um aumento da mediana das expectativas, a dispersão das previsões é maior.

Outra interessante análise de correlação também relatada por Meurer e Lima (2017, 9) é entre a mediana, a amplitude, o valor máximo, o valor mínimo e o desvio padrão das expectativas do agregado, cujos resultados encontram-se sintetizados na Tabela 3. De forma semelhante à encontrada pelos autores, observa-se na Tabela 4 que o ABM com RT-5 gerou uma correlação positiva entre a mediana e a amplitude, o valor máximo, o valor mínimo e o desvio padrão. As variáveis simuladas da Tabela 4 foram extraídas de modo semelhante à Tabela 2.

Tabela 3 - Coeficientes de correlação entre estatísticas das expectativas de inflação medida pelo IPCA da Pesquisa Focus

	Amplitude	Máximo	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão
Amplitude	1				
Máximo	0,847	1			
Mínimo	0,205	0,693	1		
Mediana	0,624	0,912	0,835	1	
Desvio Padrão	0,928	0,797	0,209	0,616	1

Fonte: Meurer e Lima (2017, p. 9).

Tabela 4 - Coeficientes de correlação entre estatísticas das expectativas de inflação medida pelo IPCA geradas por simulação

	Amplitude	Máximo	Mínimo	Mediana	Desvio Padrão
Amplitude	1				
Máximo	0,5033	1			
Mínimo	0,0691	0,8812	1		
Mediana	0,2711	0,9378	0,9363	1	
Desvio Padrão	0,9632	0,4280	-0,0319	0,2491	1

As correlações entre a mediana, a amplitude e o desvio padrão extraídas computacionalmente também são positivas, sendo indício de que a elevação da inflação prevista é acompanhada por aumento da dispersão das expectativas. Meurer e Lima (2017) chamam atenção para o fato de que a correlação da amplitude, assim como do desvio padrão, das previsões é elevada com a expectativa máxima e baixa com a expectativa mínima. Os autores afirmaram que isso pode ser um indício de que os previsores pessimistas com a inflação ajustam mais suas previsões, elevando o valor máximo em maior intensidade e reduzindo-o em menor intensidade do que agentes otimistas. Apesar do modelo computacional elaborado não ter como foco a diferenciação entre agentes otimistas e pessimistas, ele também apresenta uma correlação maior entre a expectativa máxima e a amplitude e o desvio padrão do que entre a expectativa mínima e a amplitude e o desvio padrão (observa-se que a correlação entre o desvio padrão e o valor mínimo gerado por simulação foi negativo, diferente do relatado empiricamente, no entanto apresentou um valor consideravelmente baixo).

Para comparar o desempenho dos agentes que compõem o grupo *Top5* e o desempenho das previsões dos agentes no agregado, foram avaliados também os erros das projeções dos dois grupos. O referido erro é dado pelo desvio das projeções em relação ao valor observado do IPCA. A simulação computacional, excluindo-se os 6 primeiros períodos referentes às condições iniciais do modelo, mostrou que, em média, os erros médios das previsões do grupo *Top5* foram menores do que os erros médios das previsões dos agentes em geral. Isto é, a média dos módulos dos desvios dos *Top5* foi de 0,1825, enquanto a média dos módulos dos desvios das instituições em geral foi de 0,1933. Um resultado semelhante foi encontrado por Prada (2007) ao utilizar o desvio da mediana agregada das projeções dos respondentes da Pesquisa Focus e o desvio da mediana das projeções das institui-

ções que compõem o grupo *Top5* da referida pesquisa. A autora encontrou que, para o período que vai de novembro de 2001 a novembro de 2006, a média dos módulos dos erros do grupo *Top5* foi 0,11 e o erro médio de todas as instituições foi 0,14. Esse resultado corrobora a hipótese de que as instituições que mais acertaram no passado, em média, permanecem tendo melhor acuidade nas projeções.

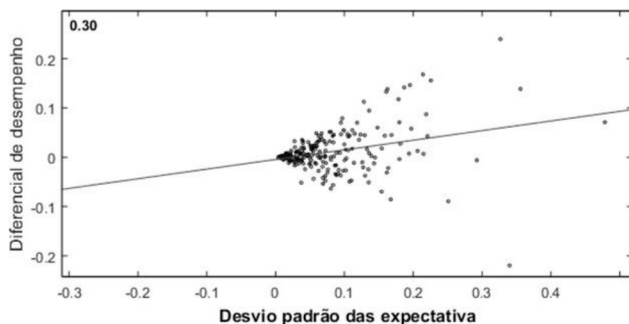


Figura 12 - Dispersão entre o diferencial de desempenho e o nível de dificuldade simulados.

Ademais, considerando-se Prada (2007), espera-se que, em um ambiente de heterogeneidade de expectativas de inflação entre os agentes, quanto maior a dificuldade em se projetar a inflação em um determinado período, mais dispersas tendem a ser as projeções dos participantes. De fato, uma relação positiva entre o diferencial de desempenho do grupo *Top5* em relação ao agregado dos agentes e o desvio padrão deve ser observada, já que o desvio padrão das projeções pode ser utilizado como uma medida do grau de dificuldade da projeção. Em suma, quanto maior a dificuldade em se projetar a inflação em um determinado período, mais dispersas tendem a ser as suas projeções. Para verificar se existe evidência a respeito de tal relação no modelo computacional, foi calculado o coeficiente de correlação entre o diferencial do desempenho e o desvio padrão gerados por simulação. O diferencial de desempenho foi calculado pela diferença entre a média dos módulos dos desvios das expectativas do agregado dos respondentes e do grupo *Top5* do ABM em relação ao valor observado da inflação. O coeficiente de correlação encontrado apresentou um valor de 0,30, indicando uma relação positiva entre o diferencial dos erros e o desvio padrão simulados, conforme ilustra o gráfico de dispersão na Figura 12. O coeficiente de correlação encontrado por Prada (2007), para o período entre março de 2002 e novembro de 2006, foi 0,65. Ademais, já que a apuração do RT-5

considera as previsões com um período de defasagem, o resultado encontrado leva a crer que o grupo de instituições que mais acertou no passado permanece tendo melhor desempenho no próximo período, reforçando que pode ser uma boa estratégia copiar a mediana das expectativas das instituições que foram classificadas como *Top5* no período anterior.

5. Considerações finais

Apesar da proeminência da hipótese de expectativas racionais e homogêneas em modelos macroeconômicos, diversas pesquisas, como mostrado na seção 2, trazem evidências de existência e persistência de heterogeneidade das expectativas de inflação em dados de pesquisa de opinião de diversos países ou gerados por experimentos controlados em laboratório. Para o Brasil, em particular, há estudos empíricos também resenhados na seção 2 que tratam especificamente das expectativas de inflação da Pesquisa Focus do BCB, os quais focam suas análises em torno das séries temporais de expectativas, cujas conclusões sobre heterogeneidade das expectativas de inflação vão ao encontro dos resultados encontrados para outros países.

Diante disso, o presente artigo buscou contribuir com a literatura que analisa a formação de expectativas de inflação das instituições participantes da Pesquisa Focus por meio da elaboração de um modelo computacional baseado em agentes (ABM) do ambiente estratégico criado pelo *Ranking Top 5* (RT-5) de curto prazo desta pesquisa. Com este ABM torna-se possível executar experimentos computacionais controlados para investigar propriedades emergentes do sistema de expectativas de mercado da Pesquisa Focus referente à inflação.

Experimentos computacionais corroboraram a hipótese de que o sistema de expectativas de mercado torna-se mais eficaz com respeito à previsão da inflação na presença do RT-5 de curto prazo da Pesquisa Focus.

Como mostrado na seção 3, a presença do RT-5 elevou a intensidade de escolha do processo de escolha de estratégias na população de agentes, mostrando que sob a presença do RT-5 o processo de formação de expectativas tornou-se muito mais responsivo aos incentivos observados (acurácias e custos médios dos preditores). Esta maior responsividade dos agentes aos ganhos de acurácia (descontados os custos de predição), nos permite inferir que o ABM estendido (com RT-5) apresentou uma melhor aderência aos dados

quando comparado ao desempenho do ABM de referência (sem o RT-5). A média do desvio absoluto da média das expectativas dos respondentes em relação ao respectivo valor observado da inflação calculada a partir da simulação do ABM estendido (com RT-5) foi menor do que a respectiva média obtida da simulação do ABM de referência (sem RT-5). Esta redução também foi observada com relação ao desvio padrão médio das expectativas. Esses resultados reforçam a conclusão de que o RT-5 contribui para que o sistema de expectativas de mercado torne-se mais eficaz com respeito à previsão da inflação. Todavia, este ganho de eficiência não gera extinção da heterogeneidade das expectativas de inflação medida pelo IPCA, o que está de acordo com o fato estilizado extraído dos dados da Pesquisa Focus pela literatura empírica.

Os resultados das simulações computacionais realizadas na seção 4 mostraram também que, em geral, o ABM proposto consegue gerar propriedades agregadas das expectativas de inflação medida pelo IPCA dos agentes participantes, detectadas na literatura empírica. Nesta seção observou-se que, assim como nos dados empíricos, a diferença de desempenho do grupo *Top 5* em relação ao agregado dos agentes tende a ser mais acentuada quando o desvio padrão das expectativas aumentam. O aumento do desvio padrão, por sua vez, pode ser um indício de que está mais difícil prever a inflação. Assim, esse resultado indica que, em momentos de maior dificuldade em prever a inflação, o diferencial de desempenho entre os agentes *Top 5* e o agregado dos agentes tende a ser maior. Além disso, o erro médio de previsão do grupo *Top 5* foi menor do que do agregado dos agentes. Portanto, tais resultados sustentam a conclusão de que os agentes que possuíram melhor desempenho no passado continuam apresentando, em geral, melhor desempenho no presente.

A Pesquisa Focus também elabora *Rankings Top 5* de curto prazo para outros indicadores econômicos, como a taxa de câmbio e a taxa Selic. Nesse sentido, seria interessante aplicar o ABM aqui proposto para investigar os processos de formação de expectativas referentes a esses indicadores. Além disso, considerando que a Pesquisa Focus também realiza *rankings* de previsões para horizontes de médio (trimestral) e longo (anual) prazos, uma adaptação do modelo poderia viabilizar experimentos computacionais voltados à exploração dos mecanismos de formação de expectativas nesses períodos mais extensos. Todavia, considerando as frequências mais baixas das séries de previsões de médio e longo prazo da Pesquisa Focus, uma análise voltada para projeções sob esses horizontes demandaria séries

temporais mais longas, para garantir que o volume de dados analisados seja comparável ao utilizado nos estudos com projeções de curto prazo, o que acarretaria a necessidade de lidar com quebras estruturais decorrentes da pandemia de Covid-19. Por fim, destacamos que, neste artigo, não consideramos os efeitos das mudanças da composição (heterogeneidade) das expectativas inflacionárias sobre a inflação observada, uma vez que tratamos a série temporal desta última como exogenamente determinada e focamos exclusivamente na análise do impacto do sistema de incentivos do RT-5 sobre o desempenho das previsões da inflação entre os agentes participantes da Pesquisa Focus. Ainda assim, ao concluir que o RT-5 melhora o desempenho agregado dos agentes na previsão da inflação de curto prazo e reduz a dispersão entre as previsões, podemos concluir que este mecanismo de incentivo contribui para a boa condução da política monetária e, portanto, para sua credibilidade no controle da inflação.

Referências

- Adam, Klaus. 2007. "Experimental Evidence on the Persistence of Output and Inflation." *The Economic Journal* 117 (520): 603–636. <https://doi.org/10.1111/j.1468-0297.2007.02043.x>
- Almeida, Helberte J. F., e Jaylson J. da Silveira. 2017. "Formação de expectativas de inflação em um ambiente de racionalidade limitada: uma abordagem de escolha discreta." *Estudos Econômicos (São Paulo)* 47 (3): 465–486. <http://dx.doi.org/10.1590/0101-41614731haj>
- Branch, William A. 2004. "The Theory of Rationally Heterogeneous Expectations: Evidence from Survey Data on Inflation Expectations." *The Economic Journal* 114 (497): 592–621. <https://doi.org/10.1111/j.1468-0297.2004.00233.x>
- Banco Central do Brasil (BCB). 2019a. *Sistema Expectativas de Mercado – Perguntas Frequentes*. <https://www.bcb.gov.br/controleinflacao/faqexpectativa>. Acesso em 11 mar. 2026.
- Banco Central do Brasil (BCB). 2019b. *Instituições Top 5 – Classificação Anual para as Categorias Curto e Médio Prazo e Consolidação da Metodologia*. https://www.bcb.gov.br/content/controleinflacao/Documents/Expectativas_mercado/Focus/E20080211-Top5-Classificacao-Anual-para-as-Categorias-Curto-e-Medio-Prazo-e-Consolidacao-da-Metodologia.pdf. Acesso em 11 mar. 2026.
- Blanchflower, David G., e Conall MacCoille. 2009. *The Formation of Inflation Expectations: An Empirical Analysis for the UK*. NBER Working Paper No. 15388. Cambridge, MA: National Bureau of Economic Research.
- Branch, William A. 2004. "The Theory of Rationally Heterogeneous Expectations: Evidence from Survey Data on Inflation Expectations." *The Economic Journal* 114 (497): 592–621.
- Brock, William A., e Cars H. Hommes. 1997. "A Rational Route to Randomness." *Econometrica* 65 (5): 1059–1095. <https://doi.org/10.2307/2171879>
- Brock, William A., e Cars H. Hommes. 1998. "Heterogeneous Beliefs and Routes to Chaos in a Simple Asset Pricing Model." *Journal of Economic Dynamics and Control* 22 (8–9): 1235–1274. [https://doi.org/10.1016/S0165-1889\(98\)00011-6](https://doi.org/10.1016/S0165-1889(98)00011-6)

- Caetano, Sidney M., e Geraldo E. S. Júnior. 2012. "Inflationary Expectatives: Predicting, Persistence, and Disagreement." *Análise Econômica* 30 (58).
- Capistrán, Carlos, e Allan Timmermann. 2009. "Disagreement and Biases in Inflation Expectations." *Journal of Money, Credit and Banking* 41 (2–3): 365–396.
- Carroll, Christopher D. 2003. "Macroeconomic Expectations of Households and Professional Forecasters." *The Quarterly Journal of Economics* 118 (1): 269–298.
- Carvalho, Fabia A., e André Minella. 2012. "Survey Forecasts in Brazil: A Prismatic Assessment of Epidemiology, Performance, and Determinants." *Journal of International Money and Finance* 31 (6): 1371–1391. <https://doi.org/10.1016/j.jimonfin.2012.02.006>
- Carvalho, Fabia A., e André Minella. 2009. "Market Forecasts in Brazil: Performance and Determinants." *Central Bank of Brazil Working Paper Series* 185.
- Hansen, Peter R. 2005. "A Test for Superior Predictive Ability." *Journal of Business & Economic Statistics* 23 (4): 365–380. <https://doi.org/10.1198/073500105000000063>
- Hommes, Cars H. 2006. "Heterogeneous Agent Models in Economics and Finance." *Handbook of Computational Economics* 2: 1109–1186. [https://doi.org/10.1016/S1574-0021\(05\)02023-X](https://doi.org/10.1016/S1574-0021(05)02023-X)
- Hommes, Cars H. 2013. *Behavioral Rationality and Heterogeneous Expectations in Complex Economic Systems*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Lemos, Fernando Herrero. 2017. *Discordância nas Expectativas de Inflação no Brasil: Um Estudo Empírico*. Dissertação de mestrado, Insper Instituto de Ensino e Pesquisa, São Paulo.
- Lima, Gilberto T., e Jaylson J. Silveira. 2015. "Monetary Neutrality under Evolutionary Dominance of Bounded Rationality." *Economic Inquiry* 53 (2): 1108–1131. <https://doi.org/10.1111/ecin.12195>
- Lines, Marji, e Frank Westerhoff. 2010. "Inflation Expectations and Macroeconomic Dynamics: The Case of Rational versus Extrapolative Expectations." *Journal of Economic Dynamics and Control* 34 (2): 246–257. <https://doi.org/10.1016/j.jedc.2009.09.004>
- Mankiw, N. Gregory, Ricardo Reis, e Justin Wolfers. 2003. "Disagreement about Inflation Expectations." *NBER Macroeconomics Annual* 18: 209–248. <https://doi.org/10.1086/ma.18.3585256>
- Meurer, Roberto, e Gilberto T. Lima. 2017. *Heterogeneity in Monthly Inflation Expectations in Brazil: Evidence with Aggregate Data from the Focus Survey*. Working Paper 2017-08. São Paulo: University of São Paulo (FEA-USP).
- Pfajfar, Damjan, e Emiliano Santoro. 2010. "Heterogeneity, Learning and Information Stickiness in Inflation Expectations." *Journal of Economic Behavior & Organization* 75 (3): 426–444. <https://doi.org/10.1016/j.jebo.2010.05.012>
- Pfajfar, Damjan, e Blaž Žakelj. 2018. "Inflation Expectations and Monetary Policy Design: Evidence from the Laboratory." *Macroeconomic Dynamics* 22 (4): 1035–1075. <https://doi.org/10.1017/S1365100516000560>
- Prada, Marcela. 2007. *Premiação Top 5: Estudo de um Caso de Torneio no Brasil*. Tese de doutorado.
- Silveira, Jaylson J., e Gilberto T. Lima. 2022. "Heterogeneity in Inflation Expectations and Macroeconomic Dynamics under Evolutionarily Satisficing Learning." *Macroeconomic Dynamics* 26 (2): 361–393. <https://doi.org/10.1017/S1365100520000206>
- Train, Kenneth E. 2009. *Discrete Choice Methods with Simulation*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Weber, Anke. 2010. "Heterogeneous Expectations, Learning and European Inflation Dynamics." In *Twenty Years of Inflation Targeting: Lessons Learned and Future Prospects*, 261.

DECLARAÇÃO DE DISPONIBILIDADE DE DADOS

Os dados utilizados neste estudo estão disponíveis mediante solicitação ao autor. Dados adicionais e informações complementares também poderão ser fornecidos para fins de verificação ou replicação. A disponibilização está condicionada à inexistência de restrições de acesso público.

CONTRIBUIÇÕES DE AUTORIA

JP: Conceitualização, Curadoria de dados, Análise formal, Aquisição de financiamento, Investigação, Metodologia, Supervisão, Validação, Visualização, Escrita - rascunho original e Escrita - revisão e edição.

JS: Conceitualização, Curadoria de dados, Análise formal, Aquisição de financiamento, Investigação, Metodologia, Supervisão, Validação, Visualização, Escrita - rascunho original e Escrita - revisão e edição.

HA: Conceitualização, Curadoria de dados, Análise formal, Investigação, Metodologia, Supervisão, Validação, Visualização, Escrita - rascunho original e Escrita - revisão e edição.

CONFLITO DE INTERESSE

Os autores declaram não terem quaisquer conflitos de interesse.

EDITOR-CHEFE

Dante Mendes Aldrighi  <https://orcid.org/0000-0003-2285-5694>

Professor - Department of Economics University of São Paulo (USP)

EDITOR ASSOCIADO

Marcelo Milan  <https://orcid.org/0000-0001-7586-6528>