

Habilidades Matemáticas na Resolução de Problemas: análise da compreensão de futuros professores

Mathematical Abilities in Problem-Solving: analysis of pre-service teachers' understanding

Marcelo Carlos de Proença*

 ORCID iD 0000-0002-6496-4912

Resumo

O objetivo deste artigo é analisar a compreensão de futuros professores de Matemática acerca das habilidades matemáticas (HM) na resolução de problemas. Realizamos um estudo qualitativo e interpretativo com 15 licenciandos em Matemática de uma universidade estadual pública, os quais vivenciaram uma formação sobre o ensino de Matemática por meio da resolução de problemas. Os dados foram coletados por meio dos registros dos estudantes e de gravação de áudio ao longo das aulas. Os resultados mostraram que, inicialmente, poucos participantes compreendiam o que seria uma habilidade matemática e que houve uma não diferenciação de algumas HM de conhecimentos matemáticos. Ao longo da formação, a compreensão das HM na resolução de problemas se ampliou, conforme suas propostas de ensino. Concluímos que é importante abordar essa diferenciação na formação inicial e continuada, bem como situações contextualizadas para favorecer o desenvolvimento e compreensão das HM na resolução de problemas.

Palavras-chave: Formação Inicial. Ensino de Matemática. Conhecimentos Pedagógico e Matemático.

Abstract

The aim of this article is to analyze pre-service mathematics teachers' understanding of mathematical abilities (MA) in problem-solving. We conducted a qualitative and interpretive study with 15 prospective mathematics teachers from a public state university, who experienced a training course on mathematics teaching through problem-solving. The data were collected through the students' records and audio recordings during the classes. The results showed that, initially, few participants understood what a mathematical ability was, and that there was a failure to differentiate some MA from mathematical knowledge. Throughout the training, the understanding of MA in problem solving broadened, according to their teaching proposals. We conclude that it is important to address this differentiation during initial and continuing education, as well as contextualized situations to favor the development and understanding of MA in problem solving.

Keywords: Initial Training. Teaching Mathematics. Pedagogical and Mathematical Knowledge.

1 Introdução

A formação inicial de professores de Matemática representa um momento destinado a

* Doutor na área de Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP). Professor Associado do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da Universidade Estadual de Maringá (UEM), Maringá, Paraná, Brasil. E-mail: mcproenca@uem.br.

desenvolver um conjunto de conhecimentos formais necessários ao ensino e, assim, poder favorecer a aprendizagem profissional docente (CYRINO, 2006; MIZUKAMI, 2006; PONTE, 2014). Dentre esses conhecimentos, ensinar Matemática por meio da resolução de problemas constitui-se como indicação curricular para promover a construção dessa capacidade dos alunos (BRASIL, 2018; LESTER; CAI, 2016; NCTM, 2000).

Esse campo é entendido como um conhecimento pedagógico, no entanto, também envolve conhecimento de conteúdo matemático (BALL, THAMES; PHELPS, 2008; SHULMAN, 1986), uma vez que pensar matematicamente na resolução de problemas é condição inerente (KRULIK; RUDNIK, 1982; SCHOENFELD, 1985). Com isso, a atuação profissional do professor deve favorecer aos alunos não apenas a aprender a resolver problemas, mas, ainda, levá-los a aprender Matemática, para que possam desenvolver habilidades matemáticas (HM) necessárias a esse objetivo (LESTER, 1994; LILJEDAHN; CAI, 2021).

Várias pesquisas propuseram e investigaram propostas de formação com o objetivo de proporcionar aos estudantes de licenciatura em Matemática a compreensão do ensino por meio da resolução de problemas (BRASIL, 2017; COSTA, 2012; JUSTULIN, 2014; MARTINS, 2019; PROENÇA, 2012). Entretanto, não encontramos estudos na formação inicial com foco em desenvolver, especificamente, a aprendizagem profissional docente no que diz respeito às HM nessa linha. De acordo com o estudo anterior de Lester (1994) e o estudo atual de Liljedahl e Cai (2021), referentes à produção de pesquisa em resolução de problemas, apesar de muito estudo sobre o tema, ainda é necessário realizar investigações acerca de como propiciar o desenvolvimento de HM.

Tendo em vista a necessidade formativa para utilizar a resolução de problemas no ensino, o objetivo do presente artigo é analisar a compreensão de futuros professores de Matemática acerca das HM na resolução de problemas. Para tal, direcionamos nossa análise nos seguintes objetivos específicos: a) analisar a compreensão inicial dos futuros professores sobre as HM na resolução de problemas; b) analisar a compreensão desses estudantes acerca das HM que identificam em problemas resolvidos por eles; c) analisar a compreensão evidenciada por esses futuros professores das HM apresentadas em suas propostas de ensino de resolução de problemas.

2 Resolução de Problemas: etapas de resolução e habilidades matemáticas

O campo da resolução de problemas envolve dois aspectos: o significado de problema e o significado de resolver um problema. Autores como Schoenfeld (1985), Sternberg (2000),

Echeverría (1998), Brito (2010) e Proença (2018) revelam que, de forma geral, a pessoa se depara com um problema quando uma tarefa/situação a ser resolvida lhe exige pensar em um caminho para encontrar a resposta.

Dessa forma, resolver um problema é entendido, na visão de autores como Polya (1994), Sternberg (2000), Mayer (1992) e Proença (2018), como um processo que envolve etapas/fases de resolução de problemas. Tomando como referência Proença (2018), este autor explica que isso implica a pessoa desenvolver um processo cognitivo que envolve etapas de pensamento, as quais correspondem à seguinte sequência, mas que não devem ser tomadas como uma sequência linear: representação, planejamento, execução e monitoramento.

A etapa de *representação* é aquela em que a pessoa apresenta a sua compreensão do problema, a qual envolve a mobilização de conhecimentos linguísticos, semânticos e esquemáticos. O conhecimento linguístico refere-se à língua materna em que o problema está escrito, cujo uso deve ajudar a pessoa a entender palavras e expressões próprias dessa língua, como compreender quem comete uma ação. O conhecimento semântico é relativo ao significado de termos matemáticos ou palavras ou expressões que implicam em conhecimentos matemáticos, os quais estão presentes no enunciado do problema, conhecimento este que, na visão de Pozo (1998), pode ser entendido como conhecimentos de fatos e conceitos matemáticos. O conhecimento esquemático refere-se à natureza matemática do problema ou, em outras palavras, ao tipo de conteúdo inerente, por exemplo, se o problema é de área, se é de função etc.

A etapa de *planejamento* é aquela que a pessoa deve apresentar sua estratégia de resolução, a qual envolve a mobilização de conhecimento estratégico, ou seja, é relativo aos caminhos de resolução que a pessoa possui, como o uso de tabelas/quadros, de equações, de tentativa e erro, de desenhos, entre outros. O uso de determinada estratégia vai depender das preferências da pessoa por esse ou aquele caminho. Por fim, a etapa de *execução* é aquela em que a pessoa precisa executar a estratégia proposta, o que implica na mobilização de conhecimento procedimental, isto é, implica na execução dos cálculos e nas representações viso-pictóricas (desenhos, diagramas, esquemas), que devem ser corretos para uma execução adequada.

Na etapa de *monitoramento*, a pessoa precisa avaliar a resposta, bem como rever a resolução seguida. Não temos aqui um conhecimento específico, mas podemos mencionar que, do ponto de vista cognitivo, exige verificar se a resposta está de acordo com o contexto do problema e verificar se a resolução que trilhou merece ser revista, devido, possivelmente, entender que a resposta não é adequada.

Tendo em vista essas quatro etapas de resolução de problemas, é necessário mobilizar conhecimentos (linguístico, semântico, esquemático, estratégico e procedimental e, incluindo, o de avaliar a resposta e a resolução seguida) que, certamente, as pessoas poderão utilizá-los e ter sucesso na busca de uma solução, caso os tenham cognitivamente bem formados. Krutetskii (1976) salienta que conhecimentos, assim como destrezas e hábitos, devem ser adquiridos, de modo que, ao longo do processo de suas aquisições, pode-se desenvolver HM. Lester (1994) indica que os bons solucionadores de problemas apresentam conhecimentos melhores conectados. Dessa forma, se os alunos da escola se envolverem na resolução de problemas, será possível identificar seus conhecimentos e ajudá-los a desenvolverem HM para tal.

Krutetskii (1976) também aponta que as HM dos alunos têm natureza cognitiva, motora, de percepção, memória e atenção, de forma que a estrutura dessas HM compreende quatro estágios da atividade mental: obtenção, processamento e retenção da informação matemática e uma tipologia de mente matemática. No caso dos estágios de obtenção da informação matemática e de processamento da informação matemática, o autor refere que essa estrutura envolve componentes (habilidades matemáticas específicas). Isso nos leva a entender que, por ser uma atividade mental, alguns alunos podem ter desenvolvido certas habilidades e outras ainda estariam em desenvolvimento. Portanto, uma definição corresponde à ideia de que “[...] habilidades matemáticas são habilidades para usar material matemático de forma generalizada, abreviada, flexível e de reversibilidade de seus sistemas e associações” (KRUTETSKII, 1976, p. 352).

Esses estágios de obtenção e de processamento da informação matemática podem ser relacionados à resolução de problemas, de modo que Proença (2018) situou seus componentes nas quatro etapas de resolução de problemas, mencionadas anteriormente. O Quadro 1 mostra essas etapas, os respectivos conhecimentos e o alinhamento feito aos componentes que correspondem às habilidades matemáticas específicas da estrutura geral de HM.

Etapas de resolução de problemas	Conhecimentos necessários	Habilidades Matemáticas (HM)
Representação	Linguístico, semântico e esquemático	• Percepção de informações incompletas e supérfluas
Planejamento	Estratégico	• Pensar em símbolos matemáticos • Generalizar • Abreviar o processo de raciocínio matemático
Execução	Procedimental	• Estabelecer relações quantitativas e espaciais
Monitoramento	Avaliar a resposta e a resolução seguida	• Avaliar a racionalidade da resposta • Apresentar uma resposta simples

		• Reconstrução rápida e livre do raciocínio matemático na resolução
--	--	---

Quadro 1 – As habilidades matemáticas envolvidas/requeridas na resolução de problemas
Fonte: Reorganizado de Proença (2018).

Podemos observar que as HM envolvidas na resolução de problemas podem ser devidamente construídas, ampliadas e desenvolvidas ao longo da escolarização, quando a resolução de problemas é abordada nas estratégias de ensino (PROENÇA, 2021a). Para tal, é necessário que a pessoa desenvolva conhecimentos matemáticos cada vez mais consistentes, chegando a saber fazer uso e controle desses conhecimentos (KRUTETSKII, 1976; RODRÍGUEZ, 2016). Na sequência, apresentamos o que envolveria cada uma dessas HM.

Percepção de informações incompletas e supérfluas (PII e PIS): O uso dos conhecimentos semântico e esquemático envolvidos na etapa de representação ajuda na compreensão do problema, voltado a uma compreensão local (palavras, termos e expressões matemáticas), mas não é suficiente para inferir que a pessoa tem esta HM para a resolução de problemas. Assim, podemos apontar que a pessoa apresenta ou desenvolveu habilidade de PII e PIS quando perceber que há informações incompletas e informações supérfluas no problema a ser resolvido, de modo que identifica o que é relevante à resolução. Quando isso ocorre, as condições na busca de uma estratégia ficam favorecidas.

Pensar em símbolos matemáticos (PSM). Generalizar. Abreviar o processo de raciocínio matemático (APRM): Estas três HM específicas seriam exigidas na etapa de planejamento, em conjunto ou não. A HM de PSM pode ser entendida como a habilidade de estabelecer/apresentar informações contextuais em linguagem matemática para poder estruturar uma estratégia de resolução. Dreyfus (1991), ao tratar do pensamento matemático avançado, explicou que o processo de representação é um dos primeiros caminhos cognitivos de compreensão matemática, por envolver e necessitar da representação simbólica da Matemática. A HM de *Generalizar* corresponde, em essência, ao processo de generalização a ser seguido que, na visão de Radford (2006) e Rivera (2010), envolve propor casos particulares a partir do estabelecimento de relações entre informações obtidas dos problemas, de modo a buscar o que há de comum nessas relações, o que ajuda a gerar uma compreensão de um padrão ou mesmo da expressão algébrica que reflete a esse padrão. Por fim, no caso da HM de APRM, isso indica atitudes cognitivas de apresentar caminhos de resolução mais diretos e precisos à obtenção de uma resposta. Um exemplo desses caminhos, de acordo com Krulik e Rudnick (1982), poderia ser aquele em que a pessoa apresenta uma estratégia de dedução lógica (pensamento mais direto e objetivo), em vez de realizar uma série de representações de combinações de outras estratégias para obter a resposta.

Estabelecer relações quantitativas e espaciais (ERQ e ERE): Na etapa de execução, é exigido o uso de conhecimento procedimental (algorítmico, cálculos, heurístico), sendo que, para nós, isso não corresponderia, por si só, a uma HM específica. Realizar cálculos decorrentes da execução de uma estratégia se encerra justamente no próprio uso de conhecimento procedimental do tipo algoritmo. Da mesma forma, realizar representações adequadas de desenhos, diagramas e figuras seria uso próprio de conhecimento procedimental.

Na visão de Rodríguez (2016), podemos indicar que não basta apenas saber fazer uso do procedimento matemático, mas demonstrar o que a autora considera como ter “controle sobre a ação” da execução a ser realizada, o que contempla como HM. Nesse sentido, uma condição primária seria saber fazer uso de um procedimento matemático. Assim, podemos considerar *estabelecer relações quantitativas e espaciais* (ERQ e ERE) como uma HM quando a pessoa, ao desenvolver um procedimento matemático, realiza mudanças pontuais ou estruturais julgadas necessárias por serem mais eficazes à realização desse procedimento matemático, tornando-o mais direto e/ou simples.

Como exemplo, ao resolver uma equação de primeiro grau que tem um monômio formado por letra e número decimal ($0,333...x$), a pessoa poderia trocar esse número decimal pela sua forma fracionária ($1/3x$), de forma que essa relação quantitativa seria mais eficaz para prosseguir no procedimento. No caso das relações espaciais, em vez de fazer um desenho/diagrama de uma quantidade ligeiramente grande de árvores que estão a mesma distância entre si para determinar a distância total, a pessoa poderia obter as distâncias entre três e quatro árvores e inferir essa lógica para a distância do total de árvores que se quer obter.

Avaliar a racionalidade da resposta (ARR). Apresentar uma resposta simples (ARS). Reconstrução rápida e livre do raciocínio matemático na resolução (RRLRMR): Na etapa de monitoramento, deve haver uma postura da pessoa na busca de avaliar a resposta e o caminho seguido. Porém, essa postura, às vezes, pode levá-la a não identificar uma solução ou resolução condizentes ao problema. Dessa forma, a HM de ARR é evidenciada quando a pessoa percebe que não basta apresentá-la como resultado de operações matemáticas (procedimentos matemáticos), e sim verificar se a resposta encontrada corresponde ao contexto do problema, isto é, se é uma resposta plausível e se reflete a uma visão de mundo adequada.

É o caso, por exemplo, de obter por procedimentos matemáticos a solução “ $x = 5,4$ ” e saber que, se estamos falando de um contexto em que esse valor representa o total de táxis para levar certa quantidade de pessoas a um destino, não se pode apresentá-la como 5,4 (5 táxis + 0,4 táxis), mas como valor 6, o que seria uma resposta racional. Liljedahl e Cai (2021)

evidenciaram que uma necessidade para pesquisas futuras é justamente a de desenvolver habilidades matemáticas com foco em situações voltadas a contextos situados.

A HM de ARS pode ser entendida como aquela em que a pessoa identifica que a resposta simples é a que se revela mais clara. É o caso, por exemplo, de obter a resposta como número racional na forma decimal “0,666...”, mas perceber que é mais simples e claro apresentá-la na sua forma fracionária $\frac{2}{3}$ (dois terços). Por fim, a HM de RRLRMR implica em reconstruir a resolução seguida quando percebe-se alguma incoerência ou inconsistência, de modo que isso ocorra de forma imediata e espontânea.

Portanto, envolver os alunos na resolução de problemas os ajuda a desenvolverem essas HM na/para a resolução de problemas, de maneira que não basta apenas revelarem conhecimentos, mas saberem fazer uso, estabelecerem relações e identificarem o que é pertinente a uma resolução, evidenciando o controle de suas ações.

3 Metodologia

Esse estudo é uma pesquisa qualitativa e interpretativa que, conforme Bogdan e Biklen (1994), envolveu aspectos de apresentação de dados com foco nas ações das pessoas, segundo os significados atribuídos ao tema HM na resolução de problemas. Na sua busca de conhecimento, os investigadores qualitativos “[...] tentam analisar os dados em toda a sua riqueza, respeitando, tanto quanto o possível, a forma em que estes foram registrados ou transcritos” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 48).

Os participantes foram 15 licenciandos em Matemática (L1 a L15) de uma universidade pública do estado do Paraná, os quais estavam no quarto ano do curso. Parte deles já havia tido contato, no curso, com a temática da resolução de problemas, referente aos Anos Finais do Ensino Fundamental, porém nenhum deles teve contato com os pressupostos teóricos das HM e na resolução de problemas. O contexto do estudo ocorreu em meio às aulas teóricas da disciplina de Estágio Curricular Supervisionado III, realizada em duas horas-aula semanais, referente a assuntos concernentes ao Ensino Médio, no período do segundo semestre de 2021, de forma remota e síncrona, pelo uso do *Google Meet*.

Em sua ementa, a referida disciplina tem carga-horária de 136 horas-aula, sendo 34 horas-aula de cunho teórico e discussões sobre o estágio e 102 horas-aula de estágio (relativo às atividades de observação, elaboração e implementação na escola). Dessa forma, a formação oferecida nessas aulas teóricas visa fundamentar os futuros professores para analisarem e

exercerem práticas pedagógicas nas salas de aula, bem como realizar uma discussão dessas práticas no sentido de rever/recriar os aspectos teórico-práticos vivenciados.

O tema discutido nas aulas foi sobre abordar a resolução de problemas no ensino de Matemática do Ensino Médio, o que envolveu tratar da teoria da resolução de problemas, das HM e do ensino com uso do problema como ponto de partida, baseado nas cinco ações do Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP) de Proença (2018): escolha do problema; introdução do problema; auxílio aos alunos durante a resolução; discussão das estratégias dos alunos; articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo. A formação oferecida aos futuros professores, que envolveu 18 horas-aula, e os registros de dados do nosso estudo seguiram o seguinte percurso:

1º momento: Foram resolvidas três situações de Matemática (S1 - lixo orgânico e reciclável; S2 - população da cidade da IES; e S3 - jogos de times de futebol), individualmente, sendo que os aspectos teóricos do processo de resolução de problemas (etapas e os conhecimentos envolvidos) foram discutidos com base nessas resoluções.

Posteriormente, pedimos que respondessem, individualmente, a um formulário *online*, contendo as seguintes questões/solicitações: *1) O que você entende que seria uma “habilidade matemática”?; 2) Cite/pontue habilidades matemáticas que você acha que estão envolvidas na resolução de problemas. Em seguida, explique o que seria cada uma; 3) Situe essas habilidades matemáticas, que você mencionou, em cada uma das quatro etapas de resolução de problemas.* Em seguida, articulamos suas respostas aos aspectos teóricos sobre HM.

No dia de aula seguinte, distribuímos os participantes presentes em uma dessas três situações (L1, L2, L3 e L10 para a S1; L5, L9, L11 e L12 para a S2; L4, L8, L13, L14 e L15 para a S3), constituindo três grupos, e pedimos para responderem, individualmente, a outro formulário *online*, contendo a seguinte questão: *Aponte a situação (S1, S2 ou S3) que você ficou responsável. Indique a(s) habilidade(s) matemática(s) que seria(m) ou foi(foram) exigida(s) em cada etapa de resolução de problemas.* Por fim, cada grupo explicou suas repostas para a respectiva situação e os demais licenciandos se manifestaram diante do apresentado. Essas explicações e argumentos dos licenciandos foram gravados pelo uso do recurso de gravação do *Google Meet*.

2º momento: Encaminhamos aos participantes, para que lessem em casa, o texto teórico sobre as cinco ações do EAMvRP de Proença (2018), que trata do uso do problema como ponto de partida. Nas duas aulas da semana seguinte, fizemos a sua leitura e discutimos as ideais e dúvidas, a fim de estabelecermos relações a tudo que foi feito e discutido. Ao final dessas aulas, os licenciandos organizaram-se em grupos, segundo suas afinidades (G1 - L1, L2 e L3; G2 - L4

e L5; G3 - L6 e L7; G4 - L8 e L9; G5 - L10 e L11; G6 - L12 e L13; G7 - L14 e L15), para realizar a atividade de elaborar propostas de ensino no viés das cinco ações do EAMvRP.

Uma vez que, no referido artigo, nosso olhar esteve voltado aos aspectos inerentes à primeira ação (escolha do problema), pois é o momento de escolha da situação de Matemática (possível problema), solicitamos que em suas propostas de ensino: a) apresentassem situações contextualizadas; b) descrevessem os conhecimentos envolvidos das respectivas situações em meio às quatro etapas de resolução de problemas e, assim, indicassem e explicassem as HM envolvidas/exigidas. Os licenciandos tiveram três semanas (seis horas-aula) para a elaboração das suas propostas de ensino, sendo que, nesse período, poderiam entrar em contato com o professor da disciplina para que, no horário das aulas, tirassem dúvidas. Após esse período, nas duas aulas seguintes, fizeram as apresentações do que foi planejado, as quais gravamos pelo recurso de gravação do *Google Meet*.

Para delimitar os dados, estabelecemos três eixos de análise. Em cada eixo, pautamos na análise categorial da Análise de Conteúdo de Bardin (2010) que permitiu estabelecer a categorização para a fase de exploração do material. Essa categorização foi baseada nas etapas de resolução de problemas e nas HM, constituindo-se *a priori*. Assim, utilizamos de indicadores quantitativos dessa categorização e os ilustramos com unidades de registro (transcrições das comunicações).

- 1) *A compreensão inicial sobre as habilidades matemáticas* – apresentamos o Quadro 2 para mostrar o que os participantes compreendiam por HM. Depois, apresentamos o Quadro 3 para mostrar a frequência das HM que eles apresentaram, segundo suas visões, a cada uma das quatro etapas de resolução de problemas.
- 2) *A compreensão sobre as habilidades matemáticas nas situações S1, S2 e S3* – a Tabela 1 demonstra as HM que os licenciandos envolveram nas três situações que haviam resolvido nas aulas, agora sob o ponto de vista teórico das HM.
- 3) *A compreensão apresentada nas propostas de ensino sobre as habilidades matemáticas* – a Tabela 2 mostra como os licenciandos identificaram e relacionaram as HM ao longo das etapas de resolução de problemas, segundo as situações de Matemática contextualizadas que estabeleceram em suas propostas de ensino.

4 A compreensão inicial sobre as habilidades matemáticas

O Quadro 2 mostra a compreensão inicial dos participantes sobre o que seria uma HM.

Categoria	Quantidade (n = 15)
Contempla a ideia de HM	4
Entende HM como sendo um conhecimento matemático	4
Entende HM como sendo uma ação intuitiva ou lógica ou o próprio ato de conseguir resolver um problema	6
Associa a HM como algo a ser desenvolvido na escola	1

Quadro 2 – Categorias da compreensão de HM

Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Ideia adequada de HM: Observamos que quatro licenciandos revelaram em suas respostas uma compreensão adequada que contemplou a ideia de HM: “*Habilidade matemática é facilidades ligadas ao raciocínio, à representação, à argumentação e à interpretação matemática e, além disso, ela pode ser adquirida ou melhorada*” (Resposta do L5 ao formulário online, 2021). Essa resposta esteve mais próxima do que Krutetskii (1976) explicou como sendo saber fazer uso de material matemático, o que vai além de ter um conhecimento, pois a ideia de facilidade pode ser entendida como o ato de controlar sua ação (RODRÍGUEZ, 2016).

Ideias inadequadas de HM: Verificamos que quatro participantes trataram as HM como se fossem conhecimentos matemáticos a serem relacionados, por exemplo: “*Acredito que seja a capacidade que uma pessoa tem de relacionar os conhecimentos matemáticos que ela já tem com os novos que ela adquiriu e, assim, usando ambos, resolver problemas e/ou criar uma base para novos conhecimentos*” (Resposta do L7 ao formulário online, 2021). Essa relação pode/deve ocorrer no âmbito de uso de conhecimento semântico e procedimental (PROENÇA, 2018), mas não quer dizer que essa relação se trata de uma habilidade (KRUTETSKII, 1976).

Na terceira categoria, evidencia-se que o maior número de licenciandos (6) apresentou uma compreensão de HM referente a uma ação intuitiva, lógica ou voltada ao ato de conseguir resolver um problema, conforme ilustramos nas repostas de dois participantes: “*Capacidade intuitiva de mobilizar conhecimentos e conceitos para resolver um problema matemático*” (Resposta do L1 ao formulário online, 2021); “*Seria um raciocínio lógico desenvolvido, uma capacidade de resolver situações de matemática*” (Resposta do L10 ao formulário online, 2021). Direcionar para intuição ou raciocínio lógico não implica um controle ou saber fazer uso de material matemático (KRUTETSKII, 1976; RODRÍGUEZ, 2016). Na última categoria, evidencia-se que um dos participantes forneceu uma resposta que não explicou o que seria HM, a saber: “*São as habilidades a serem desenvolvidas pelo aluno ao longo dos anos, ou seja, ao longo do ensino fundamental e médio*” (Resposta do L4 ao formulário online, 2021).

Em continuidade, o Quadro 3 mostra a compreensão inicial dos participantes acerca das HM que apresentaram corretamente, segundo suas percepções, e que relacionaram ao processo de resolução de problemas.

Etapas	HM (teoria)	HM (adequadas) (frequência)
Representação	PII e PIS	4
Planejamento	PSM	2
	Generalizar	2
	APRM	-
Execução	ERQ e ERE	-
Monitoramento	ARR	6
	ARS	-
	RRLRMR	2

Quadro 3 – HM adequadas mencionadas nas etapas de resolução de problemas
Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Ideias adequadas de HM na resolução de problemas: Na etapa de representação, a HM de PII e PIS teve a segunda maior frequência (4), que pode ser exemplificada conforme a seguinte resposta: “*Habilidade de identificar os dados pertinentes*” (Resposta do L3 ao formulário online, 2021). Na etapa de planejamento, as habilidades de PSM e de Generalizar tiveram a mesma frequência (2), as quais ilustramos por meio de duas respostas, respectivamente: “*A habilidade de representar matematicamente, pois é necessário “escrever” matematicamente para realizar os cálculos e encontrar a resposta*” (Resposta do L2 ao formulário online, 2021); “*Habilidade de generalização: capacidade de escrever algebricamente um modelo que descreva uma sequência ou um fenômeno*” (Resposta do L3 ao formulário online, 2021).

Por fim, a maior frequência ocorreu na etapa de monitoramento, especificamente na HM de ARR (6), conforme ilustramos por meio da seguinte explicação: “*A habilidade de argumentação está situada na etapa de monitoramento, uma vez que é aqui onde se avalia a coerência do resultado, e para tal, apresenta-se argumentos válidos*” (Resposta do L5 ao formulário online, 2021). Ainda no monitoramento, também tivemos na habilidade de RRLRMR uma frequência baixa (2), a qual ilustramos com a resposta: “*Nesse momento, o aluno pode conferir se a resolução encontrada está correta, isso ajuda com que ele questione os meios encontrados e busque novos métodos de resolução*” (Resposta do L1 ao formulário online, 2021).

Ideias inadequadas de HM na resolução de problemas: Conforme o Quadro 3, na etapa de execução, não houve menção a uma ideia de HM condizente ao ato de ERQ e ERE, pois as respostas estiveram mais na direção de focar os procedimentos do tipo algoritmo, exemplificado na seguinte resposta: “*habilidade de resolver operações com frações, logaritmo*” (Resposta do L10 ao formulário *online*, 2021). Também não foram verificadas menções sobre a HM de APRM (planejamento) e a HM de ARS (monitoramento). De forma geral, algumas respostas como “*Habilidade de conhecer os conteúdos matemáticos*” (Resposta do L11 ao formulário *online*, 2021) direcionaram as HM como se fossem os conhecimentos necessários na resolução, o que Krtutetskii (1976) já explicou que não o seria. A falta dessas menções e associar uma HM a um conhecimento matemático, junto da baixa frequência de menções pelos participantes de possíveis HM (Quadro 3), possivelmente ocorreram porque esses estudantes não tiveram contato com os aspectos teóricos, até o momento.

5 A compreensão sobre as habilidades matemáticas nas situações S1, S2 e S3

A Tabela 1 apresenta o panorama das HM que os participantes identificaram nas quatro etapas de resolução de problemas, segundo cada uma das três situações de Matemática, e que foram expostas sob o ponto de vista teórico discutido nas aulas.

Tabela 1 – HM indicadas nas etapas de resolução de problemas

Etapas / HM		Indicação adequada (Frequência) (n = 13)			Indicação inadequada (Frequência) (n = 13)			Total (adeq.)	Total (inadeq.)
		S1	S2	S3	S1	S2	S3		
R	PII e/ou PIS	-	2	2	3	-	1	4	4
	PSM	2	4	2	-	-	-	8	-
P	Generalizar	3	2	1	-	-	-	6	-
	APRM	2	1	3	-	-	-	6	-
E	ERQ e/ou ERE	-	-	-	-	1	-	-	1
	ARR	4	-	3	-	-	-	7	-
M	ARS	-	2	-	1	-	1	2	2
	RRLRMR	-	-	-	-	1	-	-	1

Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

De acordo com a Tabela 1, podemos perceber que a frequência total tanto na indicação adequada quanto na inadequada não atinge altos valores. Isso possivelmente pode ter ocorrido porque as respostas dos participantes estiveram relacionadas às suas estratégias, o que pode envolver uma HM e outra não. Dessa forma, apresentamos as respostas para as duas maiores

frequências totais da indicação adequada e todas as respostas para as inadequadas, a fim de mostrar o que não esteve condizente às HM.

Indicação adequada – PSM: Observamos que o total de frequência para esta HM, da etapa de planejamento, foi 8. As respostas seguintes ilustram esses resultados: “*Pensar em símbolos matemáticos, já que é necessário a utilização de símbolos na função, como, por exemplo, a variável “x” (S1)*” (Resposta do L2 ao formulário online, 2021); “*O aluno deverá pensar em símbolos matemáticos para elaborar qualquer tipo de resolução (S2)*” (Resposta do L12 ao formulário online, 2021); “*Para facilitar a resolução, podemos nomear os times com letras, números, nomes etc. e, em seguida, associar isso ao tipo de resolução previamente pensada (S3)*” (Resposta do L4 ao formulário online, 2021).

Indicação adequada – ARR: Verificamos que o total de frequência para a HM de ARR, da etapa de monitoramento, foi 7. As respostas seguintes ilustram esse resultado que ocorreu para S1 e S3: “*Exigiu a habilidade de avaliar a resposta, uma vez que era necessário analisar se a quantidade de lixo total estava compatível com a quantidade de pessoas na família (S1)*” (Resposta do L3 ao formulário online, 2021); “*Verificar se a resposta encontrada satisfaz as condições dadas na situação, ou seja, se a resposta encontrada foi obtida levando em conta que cada time jogará uma única vez com todos os outros (S3)*” (Resposta do L4 ao formulário online, 2021).

Indicação inadequada – PIS: Podemos verificar que o total de frequência inadequada, da etapa de representação, foi 4, sendo apenas para a HM de PIS. Isso ocorreu para S1 e S3, conforme ilustram as seguintes respostas: “*Por exemplo: “Os hábitos de consumo da sociedade lideram a lista dos principais indutores da degradação ambiental.” Essa informação não era relevante para a resolução (S1)*” (Resposta do L3 ao formulário online, 2021); “*Percepção de informações supérfluas, pois houve palavras que talvez pudessem deixar dúvidas como: torneio, planejamento, média, máximo (S3)*” (Resposta do L15 ao formulário online, 2021).

No caso de S1, a informação que o participante indica como não relevante, na verdade, corresponde à sua contextualização. Para poderem considerar uma informação como irrelevante, é necessário, notadamente, que a informação seja um conhecimento semântico (PROENÇA, 2018), já que poderá interferir na compreensão do problema e, assim, na apresentação de uma estratégia.

Além disso, é importante enfatizar que o uso de problemas contextualizados no ensino também envolve informações que exigem conhecimento linguístico e que, assim, conforme mostraram os estudos de Nikmah, Juandi e Prabawanto (2019) e Scheibling-Sève, Pasquinelli e Sander (2020), os alunos têm dificuldades quando resolvem problemas contextualizados.

Desse modo, abordá-los em sala de aula ajuda os alunos a ressignificarem os conteúdos (PROENÇA, 2021a; YAS, FARFÁN, 2020).

No caso de S3, o fato do participante indicar que ser supérfluo se deve às palavras as quais indicou gerarem dúvidas, consideramos como inadequado, porque tais palavras implicam em conhecimentos linguísticos e semânticos (PROENÇA, 2018), relacionados aos seus significados e não seriam desnecessários. Indicações inadequadas como essas nas situações S1 e S3 podem gerar um ensino direcionado à proposição de problemas rotineiros (que estão familiarizados no ensino), sem originalidade e contendo a falta de dados e expressões, conforme tenderam os licenciandos do estudo de Güner (2021). Além disso, pouco contribuirá, conforme evidenciou os estudos de Proença e Maia-Afonso (2020) e Proença *et al.* (2022), para levar os alunos a superarem dificuldades de compreensão de problemas.

Indicação inadequada – ERQ: O total de frequência inadequada para a HM de ERQ, da etapa de execução, foi 1 (um), conforme a resposta a seguir dada por um dos participantes: “*Execução: deveria saber porcentagem, logaritmo, multiplicação e soma (S2)*” (Resposta do L9 ao formulário online, 2021). Esses conhecimentos matemáticos são importantes na etapa de execução, porém, como possível HM, o participante deveria ter indicado uma mudança de uma relação de quantidade que poderia ocorrer na execução de sua estratégia e que poderia ter sido utilizada para facilitar o uso do procedimento matemático envolvido (PROENÇA, 2018).

Indicação inadequada – ARS: O total de frequência inadequada para a HM de ARS, da etapa de monitoramento, foi 2. Isso ocorreu em S1 e S3, conforme exemplificamos nas duas respostas seguintes: “*Apresentar uma resposta simples: nessa situação, várias respostas simples foram registradas (S1)*” (Resposta do L1 ao formulário online, 2021); “*Na etapa de Monitoramento, a habilidade envolvida corresponde à avaliação de uma resposta simples, por exemplo, “O número de partidas entre os cinco times de futebol de salão será 15” (S3)*” (Resposta do L14 ao formulário online, 2021). A resposta a que se refere em S1 é de “37kg de lixo produzido por família”, que junto à resposta “15 partidas”, em S3, não implicam a análise como respostas simples. Isso porque, tendo em vista a essência da referida HM, a natureza matemática dessas respostas é a de ser um número natural, única forma de solução dessas situações. Essa essência foi percebida, nas discussões, por outro participante que explicou: “*Na minha opinião, não há a habilidade de apresentar uma resposta simples, uma vez que não há uma resposta que se revela mais clara, como o exemplo dado na teoria dos números 0,666... e 2/3 que são a mesma quantidade*” (Resposta do L5 nas discussões, 2021).

Indicação inadequada – RRLRMR: O total de frequência inadequada para a HM de RRLRMR, da etapa de monitoramento, foi 1. Isso ocorreu em S2, conforme a resposta: “*Como*

o problema apresenta diferentes formas de resolução acredito que essa habilidade esteja presente” (Resposta do L12 ao formulário online, 2021). Neste caso, a forma inadequada ocorreu ao indicar apenas que bastava saber que haveria diferentes estratégias, o que o participante já sabia, pois vivenciou as discussões das estratégias na disciplina. Porém, precisava ter indicado algo que mostrasse uma necessidade de reconstruir a estratégia frente a algum equívoco cometido, o que implicaria na referida HM.

6 A compreensão apresentada nas propostas de ensino sobre as habilidades matemáticas

A Tabela 2 mostra a frequência de HM que os sete grupos contemplaram corretamente nas quatro etapas de resolução de problemas, segundo as situações de Matemática (S1 a S7) apresentadas em suas propostas de ensino, a saber: G1 – Função tangente (S1) (altura da Catedral); G2 – Função do 2º grau (S2) (Jogos de futebol)); G3 – Volume do prisma (S3) (reservatório de água de prédio); G4 – Função exponencial (S4) (transmissores de Covid-19); G5 – Produto de matrizes (S5) (caixas de doces e calorias); G6 – Termo geral da P.A. (S6) (preço de produto a cada ano); G7 – Juros compostos (S7) (compra de patinete).

Tabela 2 – HM indicadas adequadamente nas etapas de resolução de problemas

Etapas / Habilidades matemáticas		Indicação adequada (n = 7 grupos)							Total (Frequência)
		S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	
R	PII	-	-	-	-	-	-	-	-
	PIS	1	1	1	1	-	-	-	4
P	PSM	1	1	-	1	1	1	1	6
	Generalizar	-	1	-	1	-	1	1	4
	APRM	-	1	-	-	-	1	-	2
E	ERQ	-	-	-	1	-	-	-	1
	ERE	-	-	-	-	-	-	-	-
M	ARR	1	1	1	1	1	-	1	6
	ARS	-	-	-	-	-	-	1	1
	RRLMR	1	-	-	-	-	-	-	1

Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Etapas de Representação: O total de frequência mostra que em quatro situações a necessidade de mobilizar a HM de PIS se fez presente, conforme a resposta seguinte: “‘Seu formato cônico chama atenção e atrai diversos visitantes ao longo do ano’ é uma informação supérflua para a resolução do problema (S1)” (Resposta do G1, 2021). Ao contrário disso, três grupos não contemplaram informações supérfluas em suas situações, revelando que não tratar disso em suas propostas de ensino pode não potencializar o desenvolvimento da HM de PIS

(KRUTETSKII, 1976; PROENÇA, 2018, 2021a) e acabar, futuramente, gerando dificuldades de alunos em PIS (STEFANI; PROENÇA, 2019). Já sobre envolver a HM de PII, isso não ocorreu, possivelmente, porque como as situações de Matemática estavam sendo utilizadas como ponto de partida, a falta de uma informação necessária não seria conveniente para fins de apresentação de uma estratégia.

Etapas de Planejamento: A frequência total da HM de PSM mostra que seis grupos a contemplaram para as respectivas situações, segundo ilustramos na seguinte resposta: “A habilidade de Pensar em Símbolos Matemáticos situa-se nessa estratégia, pois traduz as informações ‘disputado por vinte clubes’ e ‘jogam entre si uma única vez’ em linguagem matemática (S2)” (Resposta do G2, 2021). O único grupo que não contemplou essa HM foi G3, pois previu estratégias aritméticas como forma de resolução, de modo que, ao final de sua proposta de ensino, faria a articulação à forma aritmética, conforme explicaram: “O professor pode ‘focar’ mais na parte de conversão de unidades e principalmente na parte onde é calculada as dimensões dos reservatórios e mostrar aos alunos que independentemente dessas dimensões (dos tamanhos delas) o volume do prisma será sempre calculado como sendo altura $\times$ comprimento $\times$ largura (S3)” (Resposta do G3, 2021). Dessa forma, a HM de PSM não foi contemplada porque não foi necessária para as estratégias previstas.

Com relação à frequência da HM de Generalizar, quatro grupos a contemplaram, conforme ilustramos na seguinte resposta: “A habilidade de generalizar se encaixa nessa situação, pois ao construir a tabela propõe-se casos particulares e com isso gera-se uma expressão algébrica que reflete o padrão (S2)” (Resposta do G2, 2021). Neste caso, fica evidente o foco em generalizar para buscar um padrão algébrico (RADFORD, 2006), o que também envolve uso de simbologias matemáticas, favorecendo a HM de PSM, situação diferente do resultado do G3, explicado anteriormente, ao focar na busca de um padrão aritmético.

Por fim, a HM de APRM foi abordada por dois grupos, demonstrado pela resposta do grupo G6. Ao tomar por base uma de suas estratégias previstas, a de “Fazer elemento por elemento até chegar nas linhas finais (isso dá bastante trabalho) (S6)” (Resposta do G6, 2021), o grupo explicou que poderia “Encontrar uma forma que seja mais rápida de resolver esse problema não precisando calcular um por um (S6)” (Resposta do G6, 2021), fazendo alusão à estratégia que apresentaram de encontrar o termo geral da P.A. Neste caso, o G6 entendeu que encontrar o termo geral seria uma forma abreviada de estratégia, em vez de utilizar a estratégia de calcular elemento por elemento, o que demandaria muitas linhas. Esse tipo de entendimento pode ser verificado no estudo de Oliveira e Proença (2022) que mostrou que licenciandos em

Matemática puderam compreender o uso de tabelas como uma estratégia de resolução de problemas que permite melhor visualização dos dados, porém, às vezes, é um processo extenso, comparado a outras formas de resolução.

Etapa de Execução: Somente um grupo apresentou HM nesta etapa, contemplando a habilidade de ERQ. A resposta dada foi a seguinte: *“Efetuar multiplicações, traduzir os padrões em forma de função (S4)”* (Resposta do G4, 2021). Entendemos que está adequada, porque, no processo de generalização, deve-se identificar um padrão a partir das relações nos casos particulares (RADFORD, 2006; RIVERA, 2010), sendo que uma relação quantitativa que pode ser estabelecida seria a de obter um padrão algébrico, o qual, no caso, seria a expressão funcional. A obtenção de expressões funcionais ocorreu no estudo de Proença (2021b) por parte de futuros professores em meio ao processo de generalização de padrões algébricos, de modo que, mesmo sem tratar dessa HM em questão, inerentemente as propostas de ensino a contemplaram.

Etapa de Monitoramento: Verificamos a frequência de seis grupos que esclareceram sobre a HM de ARR. Uma resposta que ilustra isso foi a seguinte: *“É necessário revisar a resposta pois, por exemplo, se o valor da altura der um número muito pequeno, levando em consideração que a Catedral é um monumento alto, a resposta não estaria de acordo (S1)”* (Resposta do G1, 2021). No caso da HM de ARS, apenas um grupo a envolveu, conforme sua resposta: *“E em porcentagem tem alunos que ainda tem dificuldade em representar de forma fracionária (S7)”* (Resposta do G7, 2021). Por fim, a HM de RRLRMR também foi envolvida por um grupo, respondendo que: *“Os alunos poderão, por problemas na interpretação, confundir as sombras e seus respectivos valores, de forma que a estratégia de regra de três, por exemplo, fique inadequada. Neste caso, é possível que os alunos consigam avaliá-la apenas fazendo uma leitura melhor do problema (S1)”* (Resposta do G1, 2021).

De forma geral, pode-se apontar que o uso adequado pelos licenciandos das HM nas etapas de resolução de problemas em relação aos conhecimentos necessários esteve condizente com a visão de Krutetskii (1976) de que conhecimentos não são HM, mas estão relacionados. O estudo de Suárez, Umaña e Contreras (2021) mostrou justamente que o uso de conhecimentos aritméticos por meio da memória de trabalho de alunos da Educação Básica está relacionado às habilidades matemáticas para operar, quantificar e ordenar números.

Além disso, identificamos que esse uso adequado teve relação com as situações de Matemática escolhidas, uma vez que as respostas apresentadas evidenciam o cuidado para tal. Ao se basearem na ação de *escolha do problema*, possivelmente se atentaram às possíveis estratégias, às possibilidades de solução e, sobretudo, à apresentação dos dados nos enunciados

das situações (PROENÇA, 2018), o que os viabilizou identificar e apresentar as HM. Esse resultado evidencia a importância da relação/ajuste entre as HM e a escolha de possíveis problemas, de modo que, para abordar as HM é necessário, primeiramente, conforme indica o estudo de Baumanns e Rott (2022), que as atividades de proposição de problemas por futuros professores envolvam atitudes de alterações/construção de valores, condições e estratégias, bem como buscar resolvê-los para avaliar se é possível uma resolução.

Apesar das indicações corretas de HM nas situações, encontramos dois grupos, cujas respostas foram inadequadas. Um grupo explicou que a HM de PSM (planejamento) apareceu no seguinte trecho do enunciado da situação: *“Caixa d’água é projetada para 2 dias, sendo que 60% fica no reservatório inferior e 40% no superior (S3)”* (Resposta do G3, 2021). Neste caso, possivelmente, G3 estaria se referindo aos 60% e 40% que corresponderia interpretar o símbolo de porcentagem, porém se trata de conhecimentos semânticos que constam do enunciado (PROENÇA, 2018) e isso envolveria traduzi-los em suas formas decimal e fracionária. Por fim, o outro grupo explicou a HM de ARR (monitoramento) com base nas suas estratégias de resolução: *“As estratégias 1 e 2 podem ser consideradas coerentes a partir do momento que é encontrado um termo geral que seja o adequado ao problema, após os cálculos serem realizados chegamos em uma resposta correta. A estratégia 3 por ser algo manual, porém trabalhoso, é fácil visualizar após fazer todas as linhas que as respostas estão corretas (S7)”* (Resposta do G7, 2021). Nestes casos, a ARR não pode ser inferida a partir de estratégias e sim da natureza da resposta dada em relação ao contexto da situação S7 (PROENÇA, 2018).

Na visão de Krutetskii (1976), conhecimentos como os conhecimentos matemáticos e as estratégias de resolução não são HM, de modo que, para possibilitar o desenvolvimento de suas respectivas HM, é necessário ter controle do uso de tais conhecimentos, conforme defendeu Rodríguez (2016). Nesse sentido, um conhecimento profissional docente é saber que, se os alunos da escola não forem direcionados a desenvolverem seus conhecimentos matemáticos (PONGSAKDI *et al.*, 2020; PROENÇA *et al.*, 2020), terão muita dificuldade para desenvolver HM. Da mesma forma que não basta apenas desenvolver nos alunos competências matemáticas para inferir que apresentam HM (REINHOLD *et al.*, 2020).

7 Conclusão

O presente artigo teve como objetivo analisar a compreensão de futuros professores de Matemática acerca das habilidades matemáticas na resolução de problemas. Os 15 licenciandos que participaram do estudo vivenciaram uma formação voltada a levá-los a aprender e a ampliar

seus conhecimentos sobre a resolução de problemas no ensino, tendo como foco, sobretudo, compreender as habilidades matemáticas na resolução de problemas.

Os resultados iniciais mostram que a compreensão do significado referente à HM dos licenciandos foram adequadas por apenas quatro participantes, sendo que houve uma tendência a apontar que os conhecimentos matemáticos em si seriam HM. Quando tiveram que apontar HM, segundo suas percepções, a de PIS e de ARR ocorreram em maior grau e corretamente, porém voltou-se a apontar algumas HM como se fossem apenas conhecer o conteúdo matemático no sentido de operar matematicamente, por exemplo, operar com frações e logaritmos, o que não condiz com o apresentado por Krutetskii (1976) e Rodríguez (2016) e que também é defendido por Proença (2018) como não sendo uma HM.

Após o contato com os aspectos teóricos, verificamos que todas as HM que fazem parte do processo de resolução de problemas foram identificadas (adequadas ou não) nas três situações que haviam sido resolvidas nas aulas (S1, S2 e S3). A maior parte foi correta, exceto as de ERQ e ERE e de RRLRMR que, quando inferidas, observamos compreensão inadequada. As compreensões inadequadas ainda estiveram em maior grau em entender uma HM como um conhecimento matemático, além de ter aparecido o entendimento inadequado de ser irrelevante a contextualização do tema abordado na situação. Isto evidencia a necessidade de se abordar mais essa diferenciação entre contexto e os termos e expressões matemáticas, na formação inicial, conforme indicaram Liljedahl e Cai (2021) do uso de problemas contextualizados para estudos atuais, buscando entender fatores inerentes à resolução de problemas.

Com relação às propostas de ensino, verificamos que os participantes apontaram HM condizentes às necessidades exigidas nas etapas de resolução de problemas para as situações de Matemática. Notamos que a de PII e a de ERE não fizeram parte, o que possivelmente ocorreu, respectivamente, por escolha dos grupos ou porque a habilidade espacial não fez parte das exigências nas estratégias de resolução previstas. Mesmo após as discussões e sínteses feitas nas aulas, percebemos que um grupo acabou não diferenciando a HM de PSM do conteúdo matemático e outro grupo não diferenciou a de ARR com o uso de estratégias.

Em síntese, podemos constatar pelas análises que, no início da formação oferecida, a principal dificuldade da maioria dos licenciandos foi a compreensão errônea de algumas das HM como conhecimentos matemáticos. Isso foi importante porque pudemos evidenciar o que sabiam ou entendiam de HM e sua relação no processo de resolução de problemas, de modo que esse entendimento foi relacionado ao referencial teórico. Com isso, a análise do momento formativo de estudo teórico e de situar as HM nas etapas de resolução de problemas mostrou que essa compreensão errônea diminuiu muito. No momento de elaborar e apresentar suas

propostas de ensino, identificamos apenas uma HM entendida, de forma equivocada, como conhecimento matemático. De modo geral, ao final, podemos apontar que os licenciandos revelaram compreender que HM não é um conhecimento matemático, além de conseguirem situar as HM apresentadas de forma adequada em meio às etapas de resolução de problemas e aos conhecimentos envolvidos.

Contudo, podemos apontar que houve uma compreensão das habilidades matemáticas na resolução de problemas que se desenvolveu ao longo da formação vivenciada. Uma vez que os licenciandos não tiveram contato anterior em seu curso sobre as HM em meio ao processo de resolução de problemas, nosso estudo contribui no sentido de que a formação oferecida, segundo sua organização, possibilitou discutir, entender e ampliar os conhecimentos matemáticos necessários na resolução de problemas, diferenciando das HM que podem ser favorecidas, um ponto importante que ainda não foi feito por estudos até o momento. Portanto, pesquisas sobre HM na resolução de problemas tanto na formação inicial quanto na formação continuada de professores podem ser realizadas na direção da organização da nossa proposta de formação, buscando favorecer a compreensão dessa diferenciação pela abordagem de situações contextualizadas.

Referências

- BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special. **Journal of Teacher Education**, Washington, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.
- BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. 4. ed. Tradução de Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. Lisboa: Edições 70, 2010.
- BAUMANN, L.; ROTT, B. The process of problem posing: development of a descriptive phase model of problem posing. **Educational Studies in Mathematics**, Berna, v. 110, n. 2, p. 251-269, 2022.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação**. Uma introdução à teoria e aos métodos. Tradução de Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio. Brasília: MEC, 2018.
- BRASIL, T. C. **O ensino de geometria através de resolução de problemas: explorando possibilidades na formação inicial de professores de Matemática**. 2017. 266 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2017.
- BRITO, M. R. F. Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas matemáticos. In: BRITO, M. R. F. (org.). **Solução de problemas e a matemática escolar**. Campinas: Alínea, 2010. p. 13-53.

COSTA, M. S. **Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Proporcionalidade através da resolução de problemas**: uma experiência na formação inicial de (futuros) professores de Matemática. 2012. 292 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2012.

CYRINO, M. C. C. T. Preparação e emancipação profissional na formação inicial do professor de Matemática. In: NACARATO, A. M. N.; PAIVA, M. A. V. (org.) **A formação do professor que ensina Matemática**: perspectivas e pesquisas. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 149-166.

DREYFUS, T. Advanced mathematical thinking processes. In: TALL, D. (org.) **Advanced mathematical thinking**. Dordrecht: Kluwer, 1991, p. 25-41.

ECHEVERRÍA, M. P. P. A solução de problemas em matemática. In: POZO, J. I. (org.). **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998. p. 43-65.

GÜNER, P. Problem-posing skills and thinking styles of preservice teachers. **Journal of Education**, Istanbul, v. 18, n. 2, p. 254-277, 2021.

JUSTULIN, A. M. **A formação de professores de Matemática no contexto da resolução de problemas**. 2014. 254 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pós-graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2014.

KRULIK, S.; RUDNICK, J. A. Teaching problem solving to preservice teachers. **Arithmetic Teacher**, Reston, v. 29, n. 6, p. 42-45, 1982.

KRUTETSKII, V. A. **The psychology of mathematical abilities in schoolchildren**. Tradução de Joan Teller. Chigado: University of Chicago Press, 1976.

LESTER, F. K.; CAI, J. Can mathematical problem solving be taught? Preliminary answers from 30 years of research. In: FELMER, P.; PEHKONEN, E.; KILPATRICK, J. (org.). **Posing and Solving Mathematical Problems**: advances and new perspectives. Berna: Springer, 2016. p. 117-135.

LESTER, F. K. Musings About Mathematical Problem-Solving Research: 1970-1994. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 25, n. 6, p. 660-675, 1994.

LILJEDAHN, P., CAI, J. Empirical research on problem solving and problem posing: a look at the state of the art. **ZDM**, Karlsruhe, v. 53, n. 4, p. 723-735, 2021.

MARTINS, F. C. **Ensino-aprendizagem de sistemas lineares na formação do professor de Matemática via exploração, resolução e proposição de problemas**. 2019. 141 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2019.

MAYER, R. E. **Thinking, problem solving, cognition**. 2. ed. New York: W.H. Freeman and Company, 1992.

MIZUKAMI, M. G. N. Aprendizagem da docência: conhecimento específico, contextos e práticas pedagógicas. In: NACARATO, A. M.; PAIVA, M. A. V. (org.). **A formação do professor que ensina matemática**: perspectivas e pesquisas. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 213-231.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Principles and standards for school mathematics**. Reston, VA: NCTM, 2000.

NIKMAH, I. L.; JUANDI, D.; PRABAWANTO, S. Students' difficulties on solving mathematical problem based on ESD objectives. **Journal of Physics**, Philadelphia, v. 1157, n. 3, p. 01-06, 2019.

OLIVEIRA, A. B.; PROENÇA, M. C. A estratégia da ‘tabela’ na resolução de problemas: possibilidades e limitações apontadas por licenciandos em Matemática. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**. São Paulo, v. 13, n. 2, p. 1-22, 2022.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**: um novo enfoque do método matemático. Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1994.

PONGSAKDI, N. *et al.* What makes mathematical word problem solving challenging? Exploring the roles of word problem characteristics, text comprehension, and arithmetic skills. **ZDM**, Karlsruhe, v. 52, n. 1, p. 33-44, 2020.

PONTE, J. P. Formação do professor de Matemática: perspectivas atuais. In: PONTE, J. P. (org.). **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 343-358.

POZO, J. I. A aprendizagem e o ensino de fatos e conceitos. In: COLL, C.; POZO, J. I.; SARABIA, B.; VALLS, E. (org.). **Os conteúdos na reforma**: ensino e aprendizagem de conceitos, procedimentos e atitudes. Tradução de Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998. p. 17-71.

PROENÇA, M. C. Resolução de Problemas: uma proposta de organização do ensino para a aprendizagem de conceitos matemáticos. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 18, p. 1-14, 2021a.

PROENÇA, M. C. Generalização de padrões algébricos no ensino e aprendizagem de matemática via resolução de problemas: análise de propostas de futuros professores. **Quadrante**, Lisboa, v. 30, n. 2, p. 354-376, 2021b.

PROENÇA, M. C. **Resolução de Problemas**: encaminhamentos para o ensino e a aprendizagem de Matemática em sala de aula. Maringá: Eduem, 2018.

PROENÇA, M. C. **A resolução de problemas na licenciatura em Matemática**: análise de um processo de formação no contexto do estágio curricular supervisionado. 2012. 210 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Pós-graduação em Educação para a Ciência, Universidade Estadual Paulista, UNESP, Bauru, 2012.

PROENÇA, M. C.; MAIA-AFONSO, E. J. Resolução de problemas: análise de propostas de ensino em dissertações de mestrado profissional. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 09, n. 18, p. 180-201, 2020.

PROENÇA, M. C.; MAIA-AFONSO, E. J.; MENDES, L. O. R.; TRAVASSOS, W. B. Dificuldades de alunos na resolução de problemas: análise a partir de propostas de ensino em dissertações. **Bolema**, Rio Claro, v. 36, n. 72, p. 262 -285, 2022.

PROENÇA, M. C.; MAIA-AFONSO, E. J.; TRAVASSOS, W. B.; CASTILHO, G. R. Resolução de Problemas de Matemática: análise das dificuldades de alunos do 9.º ano do ensino fundamental. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, Belém, v.16, n. 36, p. 224-243, 2020.

RADFORD, L. Algebraic thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective. In: ALATORRE, S.; CORTINA, J. L.; SÁIZ, M.; MÉNDEZ, A. (org.). **Proceedings of the 28th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Mérida: Universidad Pedagógica Nacional, 2006. p. 2-21.

REINHOLD, F. *et al.* The role of spatial, verbal, numerical, and general reasoning abilities in complex word problem solving for young female and male adults. **Mathematics Education Research Journal**, Sydney, v. 32, n. 2, p. 189-211, 2020.

RIVERA, F. Visual templates in pattern generalization activity. **Educational Studies in Mathematics**, Berna, v. 73, n. 3, p. 297-328, 2010.

RODRÍGUEZ, M. A. Habilidades matemáticas: una aproximación teórica. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.18, n.2, p. 809-824, 2016.

SCHEIBLING-SÈVE, C.; PASQUINELLI, E.; SANDER, E. Assessing conceptual knowledge through solving arithmetic word problems. **Educational Studies in Mathematics**, Berna, v. 103, n. 3, p. 293-311, 2020.

SCHOENFELD, A. H. **Mathematical problem solving**. Orlando: Academic Press, 1985.

SHULMAN, L. S. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Washington, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

STEFANI, A.; PROENÇA, M. C. Análise das dificuldades de alunos dos anos finais do ensino fundamental na resolução de problemas de perímetro e área. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v.8, n. 16, p. 97-118, 2019.

STERNBERG, R. J. **Psicologia cognitiva**. Tradução de Maria Regina Borges Osório. Porto Alegre: ArtMed, 2000.

SUÁREZ, C. H.; UMAÑA, J. P. M.; CONTRERAS, L. A. J. Memoria de trabajo y habilidades matemáticas en estudiantes de educación básica. **Revista Científica**, Bogotá, v. 40, n. 1, p. 63-73, 2021.

YAS, L. V. M.; FARFÁN, J. A. M. Comprensión y resolución de problemas matemáticos desde la macroestructura del texto. **Praxis & Saber**, Boyacá, v. 11, n. 26, p. 1-17, 2020.

Submetido em 04 de Março de 2022.
Aprovado em 22 de Junho de 2022.