

Análise experimental do comportamento ao cisalhamento de vigas de concreto reforçado com fibras de aço (CRFA)

Experimental analysis of shear behavior of steel fiber reinforced concrete (SFRC) beams

Camilla Alonso Oda 

Jorge Luis Nunes de Góes 

Vladimir José Ferrari 

Resumo

O concreto reforçado com fibras de aço (CRFA) é um material compósito onde as fibras atuam como reforço e controlam a abertura das fissuras, alterando o comportamento após ruptura da matriz. Fibras de aço inseridas no concreto aumentam a capacidade de vigas ao cisalhamento. O CRFA redistribui tensões de tração da diagonal fissurada pelo cisalhamento e aumenta a resistência. A ruptura por cortante é frágil em vigas com ausência ou insuficiente armadura transversal. A adição de fibras de aço em vigas promove ruptura dúctil e é alternativa na substituição dos estribos. A pesquisa tem por objetivo investigar a influência de fibras de aço no comportamento ao cisalhamento de vigas sem estribos. As fibras foram adicionadas a concretos de resistência à compressão 30 MPa e 40 MPa, em quantidades de 80, 100 e 120 kg/m³ (1%, 1,25% e 1,50%, respectivamente). As vigas foram solicitadas à flexão e o comportamento estrutural foi analisado. Resultados obtidos indicam alteração do modo de ruína frágil para dúctil com elevação significativa nos valores das forças e relação com o aumento na quantidade das fibras. As deformações específicas nas barras da armadura foram reduzidas com a presença das fibras. Os valores teóricos da capacidade resistente das vigas de CRFA estimados pela norma brasileira são praticamente iguais aos experimentais.

Palavras-chave: Concreto reforçado com fibras de aço. Vigas. Cisalhamento.

Abstract

Steel fiber reinforced concrete (SFRC) is a composite in which the fibers act as reinforcement and control crack opening, modifying the post-cracking behavior of the matrix. The addition of the steel fibers in concrete enhances the shear capacity of beams. SFRC redistributes tensile stresses in diagonally cracked regions due to shear and increases overall strength. Shear failure is brittle in beams lacking or having insufficient transverse reinforcement. The addition of steel fibers in beams promotes a ductile failure mode and represents an alternative to the use of stirrups. This research aims to investigate the influence of steel fibers on shear behavior of beams without stirrups. Fibers were added to concrete mixes with compressive strength of 30 MPa and 40 MPa, in quantities of 80, 100, and 120 kg/m³ (1%, 1.25%, and 1.50%, respectively). The beams were subjected to flexural loading, and their structural behavior was analyzed. The results indicate a change in the failure mode from brittle to ductile, along with a significant increase in load capacity, correlated with the increase in fiber content. Strain in the reinforcement bars was reduced due to presence of fibers. Experimental values were accurately predicted by the formulation provided in the Brazilian standard.

Keywords: Steel fiber reinforced concrete. Beams. Shear.

Camilla Alonso Oda

Universidade Estadual de Maringá
Maringá - PR - Brasil

Jorge Luis Nunes de Góes

Departamento Acadêmico de
Construção Civil
Universidade Tecnológica Federal
do Paraná
Via Rosalina Maria dos Santos, 1233
Campo Mourão - PR - Brasil
CEP 87301-899
Tel.: (44) 3518-1400
E-mail: jorgegoes01@gmail.com

Vladimir Ferrari

Departamento de Engenharia Civil
Universidade Estadual de Maringá
E-mail: vladimirjf@hotmail.com

Recebido em 22/04/25

Aceito em 05/10/25

Introdução

As primeiras vigas de concreto reforçado com fibras analisadas para resistir ao efeito do cisalhamento foram ensaiadas experimentalmente em 1972, desde então vários estudos têm demonstrado que a presença de fibras de aço aumenta a resistência ao cisalhamento de vigas de concreto (Barros; Foster, 2018).

O melhor desempenho sob esforços de cisalhamento vem da capacidade do Concreto Reforçado com Fibras de Aço (CRFA) em resistir e redistribuir as tensões de tração da diagonal fissurada, resultando em aumento da resistência e formação de outras fissuras de pequena abertura (Resende, 2020).

Vigas de concreto armado são dimensionadas para que tenham comportamento adequado em serviço (atendimento aos Estados Limites de Serviço - ELS) e segurança com ruína caracterizada por ruptura do tipo dúctil (Estado Limite Último – ELU). Entretanto, a ruptura por força cortante em vigas, com ausência ou com armadura transversal insuficiente, é do tipo frágil, característica do concreto simples sob tensões de tração. Por outro lado, as pesquisas têm mostrado que as fibras de aço incorporadas ao concreto das vigas aumentam a resistência à força cortante, promovem ruptura do tipo dúctil e, portanto, apresenta-se como alternativa na substituição parcial ou total da armadura transversal.

Pesquisas (Gimenes *et al.*, 2022; Yoon *et al.*, 2017; Amin; Foster, 2016) investigaram a substituição dos estribos por fibras de aço e concluíram que, cerca de 60 kg/m³ de fibras (0,75%) representa uma quantidade suficiente para substituição dos estribos da armadura transversal mínima de vigas. Lim, Paramasivam e Lee (1987) comentam que a substituição de estribos em elementos estruturais é atrativa para regiões com concentração de armaduras devido aos elevados esforços.

Dinh, Parra-Montesinos e Wight (2010) concluíram que o uso de fibras com gancho nas extremidades em quantidade acima ou igual a 60 kg/m³ aumenta a resistência ao cortante de vigas sem armadura transversal e podem exercer a função de armadura mínima de cisalhamento. Segundo Sahoo e Sharma (2014), um CRFA em quantidade de 78,5 kg/m³ permite modificar a resposta frágil por dúctil, substituir parcialmente os estribos e diminuir o tempo de execução das estruturas.

A pesquisa de Bono, Bono e Santos Junior (2024) analisou a substituição da armadura mínima de estribos por fibras de aço em vigas de concreto armado a partir de métodos estatísticos empregados para comparação de 240 resultados experimentais. Os autores concluíram que a quantidade de fibras de aço para substituição da armadura mínima de estribos diminui com o aumento da taxa de armadura longitudinal e com a redução da relação entre o vão de cisalhamento e altura útil da seção (a/d).

Na pesquisa de Suk e Ferrari (2024) mostrou-se que a adição de fibras de aço foi proporcional a aumentos na capacidade resistente das vigas sem estribos moldadas com CRFA. A pesquisa observou modificação da ruína brusca da diagonal tracionada das vigas de referência em concreto convencional, para uma ruína do tipo dúctil, mantendo-se a capacidade de carga quando da abertura da fissura diagonal.

O aumento na quantidade de fibras de aço eleva a resistência ao cisalhamento de vigas de CRFA sem estribos (Suk; Ferrari, 2024; Lantsoght, 2019; Vitor; Santos; Trautwein, 2018; Arslan, Keskin e Ulusoy, 2017; Yakoub, 2011; Kwak *et al.*, 2002;). Segundo Sahoo e Sharma (2014), a quantidade de fibras tem influência na resistência ao cisalhamento de vigas de CRFA mais significativa do que a taxa de armadura longitudinal. Entretanto, a maioria dos resultados existentes são relacionados a quantidade de fibras de aço até 80 kg/m³ (Bono; Bono; Santos Junior, 2024; Lantosoght, 2019) visto que, as fibras prejudicam a trabalhabilidade da mistura e a adição em quantidades elevadas pode tornar a moldagem impraticável.

A pesquisa proposta procura ampliar a gama de resultados já obtidos por Suk e Ferrari (2024), por meio da análise do efeito da quantidade de fibras acima daquelas já estudadas anteriormente e que ficaram limitadas em 1% (80 kg/m³). Para tanto, a matriz de concreto é formada por agregados graúdos com dimensão máxima de 9,5 mm e o emprego de aditivo do tipo hiperplastificante para fins de garantia da mobilidade da mistura. O estudo busca contribuir com avanços na análise estrutural do comportamento de vigas de concreto sem estribos e contendo fibras de aço em quantidades de 80 kg/m³ e acima (100 e 120 kg/m³) para fins de verificação da resistência ao cisalhamento crescente com o aumento da quantidade de fibras observado em Suk e Ferrari (2024).

O objetivo principal é investigar a influência das fibras de aço no comportamento ao cisalhamento de vigas com armadura longitudinal tracionada e sem estribos. As fibras de aço são adicionadas a concretos de resistência à compressão C30 e C40, em quantidades de 80, 100 e 120 kg/m³. As vigas são solicitadas à flexão em três pontos e o comportamento estrutural é analisado em termos dos valores das forças relacionadas a primeira fissura de flexão, surgimento da fissura de cisalhamento e de ruína. O efeito das fibras sobre as deformações específicas da armadura tracionada de flexão é analisado. Os concretos são caracterizados por

ensaios de compressão simples, compressão diametral e tração na flexão e os resultados são empregados para calibração do modelo analítico indicado na NBR 16935 (ABNT, 2021a) para efeito da estimativa da capacidade resistente ao cisalhamento.

Programa experimental

A análise experimental foi composta por 8 grupos distintos de concretos indicados na Tabela 1. Os grupos 1.1 e 1.2 são de referência, compostos por concretos sem adição de fibras e com resistência à compressão de 30 MPa (C30) e 40 MPa (C40), respectivamente. Os grupos 2.1, 2.2 e 2.3 têm concretos de resistência C30 e adição de fibras de aço em quantidades de 80 kg/m³, 100 kg/m³ e 120 kg/m³, respectivamente. Os grupos 3.1, 3.2 e 3.3 têm concretos de resistência à compressão C40 e fibras de aço em quantidades de 80 kg/m³, 100 kg/m³ e 120 kg/m³, respectivamente.

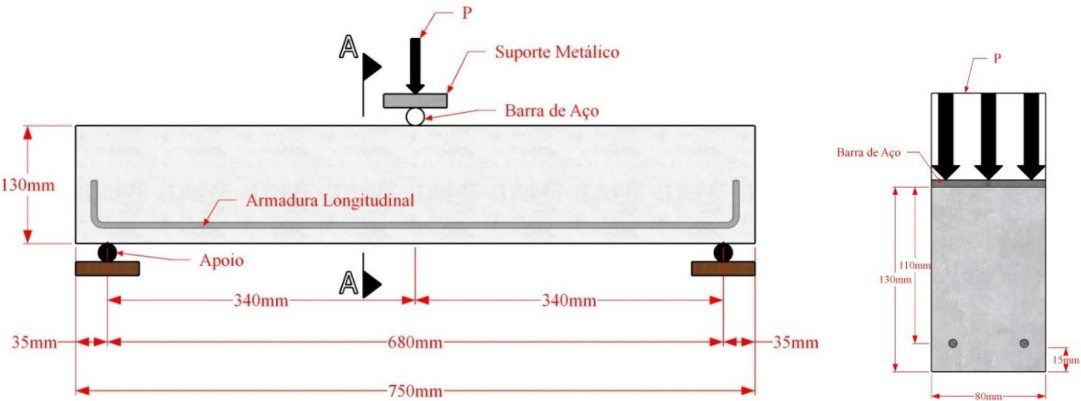
Para a caracterização do concreto de cada grupo, foram moldados 10 corpos de prova cilíndricos de 100 mm de diâmetro e 200 mm de altura, sendo 6 para ensaio por compressão simples e 4 para ensaio por compressão diametral. Foram também moldados 6 corpos de prova prismáticos de seção transversal 150 mm x 150 mm e comprimento de 550 mm para ensaio de caracterização de tração por flexão. Esses corpos de prova foram dotados de entalhe central reto passante com altura de 25 mm e espessura de 5 mm, executados a partir de corte com auxílio de disco diamantado. Para cada grupo de concreto foram moldados então, 16 corpos de prova para os ensaios de caracterização e 6 vigas para análise do comportamento estrutural quando submetida aos efeitos da flexão em três pontos.

O esquema estático de ensaio das vigas é o de flexão em três pontos como ilustrado pela Figura 1. O comprimento total das vigas é de 750 mm, vão livre de 680 mm com vão de cisalhamento igual a $a = 340$ mm. A seção transversal das vigas tem largura $b = 80$ mm e altura $h = 130$ mm com cobrimento de concreto de 15 mm. Todas as vigas foram dotadas de armadura composta por duas barras longitudinais de aço CA-50 com 10 mm de diâmetro e sem estribos, dimensionadas previamente para ruína exclusivamente por efeito de cisalhamento sem deformação excessiva das barras de aço.

Tabela 1 - Identificação dos grupos de concretos

Grupo		Identificação	Concreto (MPa)	Fibras	
				kg/m ³	%
1	1.1	C30-0	30	0	0
2	1.2	C40-0	40	0	0
3	2.1	C30-80	30	80	1,00
4	2.2	C30-100	30	100	1,25
5	2.3	C30-120	30	120	1,50
6	3.1	C40-80	40	80	1,00
7	3.2	C40-100	40	100	1,25
8	3.3	C40-120	40	120	1,50

Figura 1 - Esquema estático do ensaio das vigas por flexão em três pontos



O valor da relação entre o vão de cisalhamento e a altura útil da armadura da seção transversal ($d = 110$ mm), é semelhante ($a/d = 3,09$) aos valores adotados em outros estudos experimentais desenvolvidos por pesquisadores como Kwak *et al.* (2002), Minelli e Plizzari (2013) e Aoude *et al.* (2012).

Na composição do concreto utilizou-se cimento Portland CII Z32, agregado miúdo do tipo areia média natural de dimensão máxima característica de 1,18 mm, módulo de finura de 1,84 e massa específica de 2.630 kg/m³. O agregado graúdo foi do tipo brita 0, dimensão máxima de 9,50 mm, módulo de finura de 6,30 e massa específica de 2.930 kg/m³. Como aditivo foi empregado o hiperplastificante denominado por ADVA CAST 516, classificado como Aditivo Redutor de água tipo 2 – RA2, segundo a NBR 11768-1 (ABNT, 2019).

A fibra de aço empregada é do modelo Dramix 3D 45/35 BL, com ganchos nas duas extremidades, 35 mm de comprimento, 0,75 mm de diâmetro, fator de forma de 45 e resistência a tração de 1.225 MPa (Figura 2).

A determinação do traço para a dosagem dos materiais dos concretos C30 e C40 foi realizado sem o efeito da presença das fibras de aço e tendo como referência consistência no valor de 120 mm $\pm$ 20 mm (ensaio por meio do Slump Test conforme NBR NM 67 (ABNT, 1998)). Em cada grupo, a relação água/cimento (a/c) foi mantida constante e o valor do Slump, durante a produção do concreto, foi corrigido por meio da incorporação do hiperplastificante dentro dos limites recomendados pelo fabricante. A metodologia descrita foi a mesma empregada em outras pesquisas (Suk; Ferrari, 2024; Nzambi *et al.*, 2022; Leite; Castro, 2020; Vitor; Santos; Trautwein, 2018). O consumo de cimento foi de 476 e 512 kg/m³ para os concretos C30 e C40, respectivamente. O traço (cimento:areia:brita: a/c) para o concreto C30 foi de 1:1,45:2,10:0,50 e 1:1,44:2,0:0,39 para o concreto C40.

As vigas foram instrumentadas pelo emprego de dois transdutores do tipo LVDT, um em cada face e posicionados na seção central da viga com auxílio do dispositivo rígido denominado por Yoke para o correto posicionamento (evitando-se registro de deslocamento de corpo rígido) e aquisição dos deslocamentos verticais (flecha). Para a obtenção das deformações específicas das barras de aço, foram utilizados extensômetros elétricos (KFGS-6-120-C1-11) com 6 mm de comprimento, marca Kyowa, posicionados na seção central das barras de aço em duas vigas de cada grupo (Figura 2).

Os ensaios das vigas foram conduzidos em máquina de ensaio tipo Universal modelo EMIC PCE100 do Laboratório de Estruturas da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) de Campo Mourão/Pr. O controle do ensaio foi realizado por meio do deslocamento do pistão vertical em taxa de 0,15 mm/min até o instante da fissuração do concreto da viga, seguido por uma taxa igual a 0,30 mm/min até a ruína da viga. Na Figura 3 mostra-se a viga posicionada para o início do ensaio de flexão em três pontos.

Figura 2 - Fibra de aço e extensômetro elétrico colado na barra de aço da armadura da viga

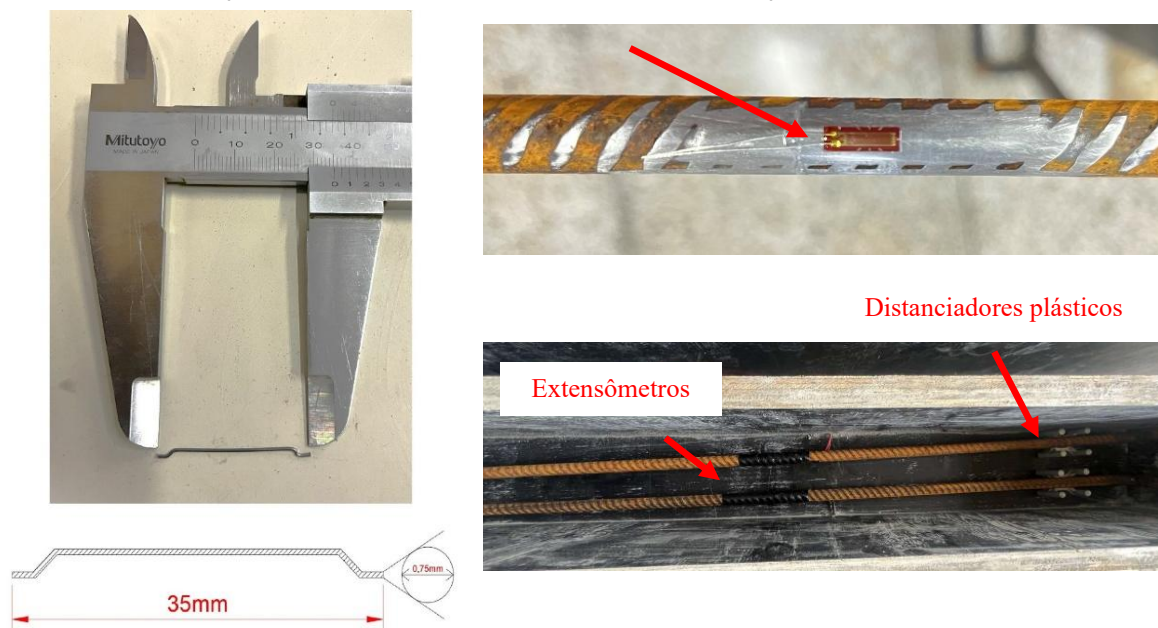
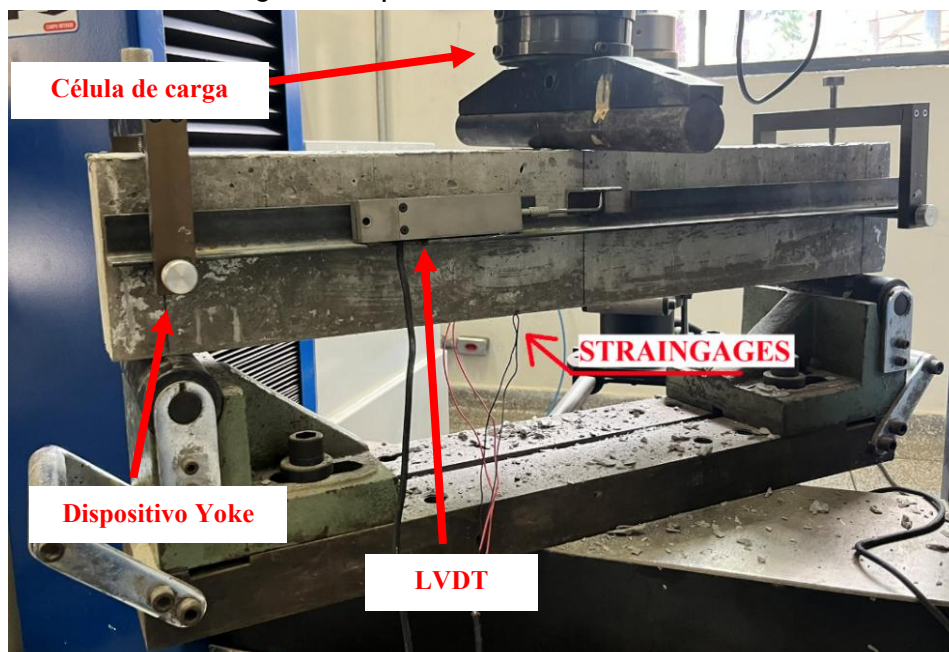


Figura 3 - Ensaio de flexão da viga em três pontos



Apresentação e análise dos resultados

Ensaios de caracterização dos concretos

Os valores dos resultados do ensaio de Slump Test (ABNT 1998) realizado durante a moldagem dos concretos estão indicados na Tabela 2, assim como a quantidade de aditivo adicionada à mistura para o reestabelecimento da trabalhabilidade do concreto. Na Tabela 2 são também indicados os resultados médios da resistência à compressão (f_{cm}) dos concretos por meio de ensaio de compressão axial (ABNT, 2018) e os valores médios da resistência à tração indireta ($f_{ctm,sp}$) conforme ensaios realizados seguindo-se as recomendações da NBR 7222 (ABNT, 2011). Os valores do desvio padrão dos resultados (s_d) e do coeficiente de variação (c_v) são também indicados.

Ao manter o mesmo traço e com a adição das fibras, ficou observado, como era esperado, a redução da trabalhabilidade da mistura para os grupos C30-80 e C40-80 comparativamente aos respectivos grupos de referência. Para o C30-80, o valor de Slump foi reduzido de 130 mm para 100 mm e para o C40-80, a redução foi de 120 mm para 90 mm. Mesmo com a redução do Slump, optou-se por não adicionar aditivo nos referidos grupos pois, a redução não foi tão significativa, sendo possível moldar adequadamente todas as vigas e todos os corpos de prova.

Nos demais grupos, devido a maior quantidade de fibras (100 e 120 kg/m³), fez-se necessário adicionar aditivo para retomar a trabalhabilidade da mistura e moldar os elementos do grupo. Nos grupos C30-100 e C30-120 adicionou-se 0,05% e 0,06% do aditivo hiperplastificante, respectivamente e, nos grupos C40-100 e C40-120 foi necessário adicionar 0,13% e 0,14% de aditivo, respectivamente. Entre os grupos contendo 100 e 120 kg/m³ de fibras, observou-se que a quantidade de aditivo necessária para recuperar a trabalhabilidade da mistura foi a mesma. Durante as moldagens foi observado o alto poder do efeito do aditivo hiperplastificante por modificação significativa da trabalhabilidade da mistura a partir de pequenas adições ao concreto.

A resistência média à compressão do concreto dos grupos C30-0 e C40-0 foi de 31,97 MPa e 39,75 MPa, respectivamente. Com a adição de 80 kg/m³ de fibras, a resistência do concreto C30-80 foi aumentada em 5,8% em relação ao grupo de referência C30-0. Para o grupo C30-100 foi observada redução da resistência à compressão do concreto em 5,0% e para o grupo C30-120 ocorreu aumento de 8,1% em relação ao grupo de referência. Logo, vê-se que não há uma lógica da relação da quantidade de fibras com a resistência à compressão do concreto.

Tabela 2 - Resistências e valores de Slump

Grupo	CRF	Slump (mm)	Aditivo (%)	f_{cm} (MPa)	s_d	c_v (%)	$f_{ctm,sp}$ (MPa)	s_d	c_v (%)
1.1	C30-0	130	0	31,97	2,62	8,19	3,37	0,42	12,60
1.2	C40-0	120	0	39,75	1,30	3,26	3,42	0,17	5,87
2.1	C30-80	100	0	33,81	0,64	1,90	4,71	0,21	4,36
2.2	C30-100	120	0,05	30,37	1,33	4,36	4,36	0,21	4,72
2.3	C30-120	120	0,06	34,57	1,22	3,52	5,27	0,24	4,59
3.1	C40-80	90	0	38,80	0,65	1,68	5,15	0,78	15,11
3.2	C40-100	110	0,13	40,30	2,28	5,65	5,50	0,47	8,47
3.3	C40-120	110	0,14	39,19	1,78	4,54	5,73	0,48	8,39

A análise de variância (ANOVA), para o concreto C30, resultou em probabilidade de significância inferior a 0,05 com nível de significância de 5%, denotando-se estatisticamente que há diferenças entre os valores da resistência à compressão. Assim, aplicando-se o teste Tukey de comparações múltiplas, verificou-se que ocorre redução da resistência para a quantidade de 100 kg/m³ mas, para as quantidades de 80 e 120 kg/m³ não há modificações estatisticamente significativa para a resistência à compressão.

Com relação ao grupo C40-80, ocorreu uma diminuição na resistência à compressão do concreto de 2,4% em relação ao grupo de referência C40-0. Para os grupos C40-100 e C40-120 tem-se, respectivamente, um aumento e uma diminuição exatamente de 1,4% na resistência à compressão. Novamente aqui, como constatado para os concretos C30, não se vê relação entre a quantidade de fibras e a resistência à compressão do concreto, podendo aumentar ou mesmo diminuir a resistência com a quantidade de fibras. Porém, os resultados, tanto de aumento como de diminuição, ficam restritos a valores inferiores a 10%. Fato esse que corrobora com o indicado no ACI 544-1R (ACI, 2019) e na NBR 16935 (ABNT, 2021a) no sentido de que o efeito das fibras na resistência é marginal, não impactando sobre a resistência à compressão para quantidades de fibras até 120 kg/m³. Suk e Ferrari (2024) também constataram aleatoriedade nos resultados à compressão mediante o efeito da quantidade de fibras de aço.

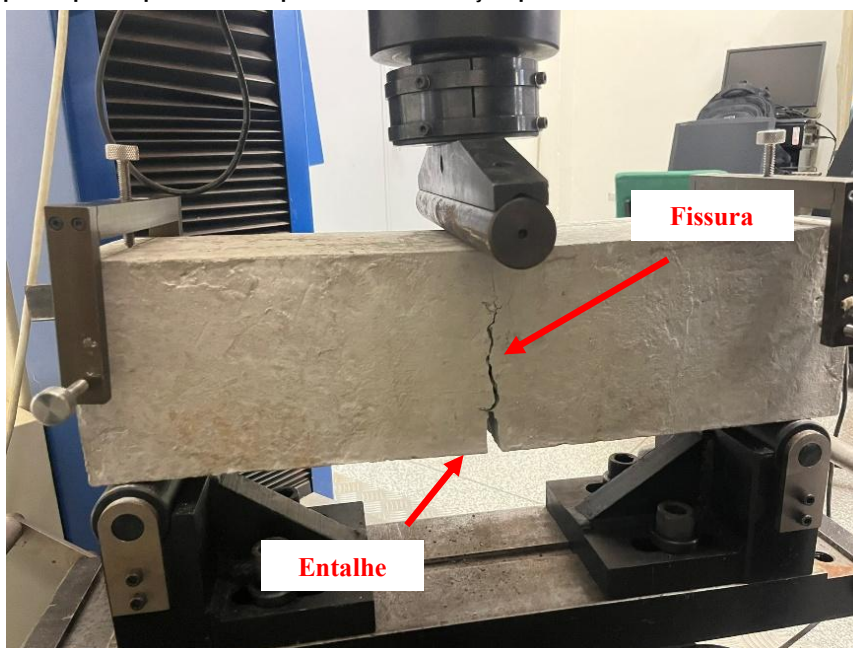
Para o concreto C40, a probabilidade de significância acima de 0,05 denotou não existir diferença, estatisticamente significativa, entre os valores da resistência à compressão com a variação da quantidade de fibras de aço.

Outras pesquisas também ressaltam a pouca influência das fibras de aço sobre a resistência à compressão. Vitor, Santos e Trautwein (2018) salientaram o efeito pouco significativo das fibras sobre a resistência à compressão do concreto. Os resultados de Nzambi *et al.* (2022) mostraram reduções da resistência à compressão do concreto (C20) de 5% a 12% quando da adição de 80 kg/m³ de fibras de aço. Outros autores (Mudalu *et al.*, 2018; Tsioulou; Lampropoulos; Paschalis, 2017; Yoo; Yoon; Banthia, 2015) relatam que a adição de fibras de aço não afeta a resistência à compressão do concreto.

Os valores da resistência à tração indireta ($f_{ctm,sp}$) para os concretos C30-0 e C40-0 foram iguais a 3,37 MPa e 3,42 MPa, respectivamente. Para os concretos C30, os aumentos nos valores da resistência " $f_{ctm,sp}$ " foram de 39,8%, 29,4% e 56,4%, respectivamente, para os grupos C30-80, C30-100 e C30-120 em relação ao concreto C30-0. Para os concretos C40, os aumentos na resistência foram de 50,6%, 60,8% e 67,5%, respectivamente, para os grupos C40-80, C40-100 e C40-120 em relação ao concreto C40-0. Os aumentos na resistência à tração indireta foram mais acentuados nos concretos dos grupos C40 e ainda foi observada relação entre o aumento na quantidade e o incremento na resistência.

Na Figura 4 mostra-se o corpo de prova prismático após a execução do ensaio para a caracterização do comportamento dos concretos à tração por flexão conforme recomendações da NBR 16940 (ABNT, 2021b). Os ensaios foram realizados com vistas à determinação das resistências residuais e da resistência do limite de proporcionalidade correspondente à contribuição da matriz. O ensaio foi realizado por meio da medida dos valores de força do atuador da máquina de ensaios (P) e dos deslocamentos verticais do corpo de prova (δ), acoplando-se para tanto, transdutores no aparato rígido (yoke) fixado ao corpo de prova e à meia altura da seção. Os ensaios foram realizados em equipamento EMIC PCE100 com controle de deslocamento vertical do pistão em taxa de 0,05 mm/minuto.

Figura 4 - Corpo de prova prismático após ensaio de tração por flexão



A resistência correspondente ao limite de proporcionalidade (f_L) e as resistências residuais à tração na flexão ($f_{R,i}$) foram calculadas pelas Equações 1 e 2, respectivamente, sendo: L o comprimento do vão do corpo de prova, b é a largura do corpo de prova e h_{sp} é a distância entre o topo do entalhe e a superfície superior do corpo de prova.

$$f_L = \frac{3 \times F_L \times L}{2 \times b \times h_{sp}^2} \quad \text{Eq. 1}$$

$$f_{R,i} = \frac{3 \times F_i \times L}{2 \times b \times h_{sp}^2} \quad \text{Eq. 2}$$

O valor de F_L representa o maior valor de força dentro do limite de proporcionalidade, determinada graficamente por meio de uma linha paralela ao eixo vertical da força passando a uma distância de 0,05 mm da origem do diagrama de $P-CMOD$ (deslocamento da abertura da entrada do entalhe). O termo F_i representa o valor de força correspondente ao $CMOD_i$, sendo $i = 1, 2, 3$ e 4. A equivalência entre os valores dos deslocamentos verticais (δ) e o $CMOD$ foi feita empregando-se a Equação 3 como indicada na NBR 16940 (ABNT, 2021b).

$$\delta = 0,85 \times CMOD + 0,04 \quad \text{Eq. 3}$$

Os valores médios da resistência correspondente ao limite de proporcionalidade (f_L em MPa) e as resistências residuais (f_{R1} a f_{R4} em MPa), para todos os concretos estudados, são apresentados na Tabela 3. Os valores indicados em parênteses referem-se ao desvio padrão e ao coeficiente de variação.

Os valores médios da resistência " f_L " para os concretos sem fibras, C30-0 e C40-0 não foram indicados na Tabela 3 (porque as demais resistências são nulas), mas foram iguais a 3,69 MPa e 4,24 MPa, respectivamente. Assim, observa-se que as fibras, independentemente do grupo, proporcionaram aumento na resistência à flexão dada pela contribuição da matriz. Isso fica revelado pelos aumentos nos valores das resistências do limite de proporcionalidade dos concretos C30-80, C30-100 e C30-120, iguais a 23,6%, 7,3% e 19,0%, respectivamente, em relação ao concreto de referência C30-0. Para os concretos C40-80, C40-100, C40-120, os aumentos na resistência foram iguais a 6,4%, 7,5% e 17,0%, respectivamente, em relação ao concreto de referência C40-0.

Com relação a resistência do limite de proporcionalidade, para os concretos C30 não se verificou aumento na resistência em função do aumento da quantidade de fibras. Para o C30-80 foi obtida valor de 4,56 MPa, diminuindo a resistência em 12,7% para o C30-100 e em 3,7% para o C30-120. Já para os concretos C40, verificou-se aumento na resistência do limite de proporcionalidade com o aumento da quantidade de fibras. Para o C40-80 foi obtido valor de resistência igual a 4,51 MPa, sendo aumentado essa resistência em apenas 1,10% para o C40-100 e em 10% para o C40-120.

Tabela 3 - Valores médios das resistências a partir do ensaio de tração por flexão

Grupo	CRF	F_L (kN)	f_L	$f_{R,1}$	$f_{R,2}$	$f_{R,3}$	$f_{R,4}$
2.1	C30-80	14,47	4,56 (1,52; 10,50)	5,48 (0,75; 4,73)	5,44 (0,76; 14,01)	5,03 (0,70; 13,81)	4,47 (0,62; 13,78)
2.2	C30-100	12,64	3,98 (1,08; 8,51)	4,60 (1,07; 23,18)	4,60 (1,17; 24,42)	4,09 (1,17; 24,56)	3,56 (0,83; 23,26)
2.3	C30-120	13,94	4,39 (0,99; 7,08)	6,24 (0,78; 12,57)	6,52 (0,80; 12,34)	6,41 (0,80; 12,55)	5,11 (0,80; 15,73)
3.1	C40-80	14,33	4,51 (1,09; 7,61)	5,67 (1,06; 18,66)	6,27 (1,10; 17,55)	5,99 (1,10; 18,37)	5,27 (0,87; 16,60)
3.2	C40-100	14,48	4,56 (0,82; 5,68)	5,40 (1,11; 20,48)	5,60 (1,45; 23,95)	4,80 (1,45; 24,29)	4,09 (0,72; 17,52)
3.3	C40-120	15,73	4,96 (1,29; 8,21)	7,63 (0,88; 11,57)	8,21 (0,91; 11,02)	7,38 (0,91; 12,26)	6,42 (0,77; 12,04)

Entre as classes de resistência do concreto, observou-se que para 80 kg/m³ de fibras, as resistências do limite de proporcionalidade foram praticamente as mesmas para os concretos C30 e C40. Já para as quantidades de 100 e 120 kg/m³, os valores de resistência do limite de proporcionalidade foram mais acentuados para a matriz de maior resistência, sendo aumentos de 14,6% e de 13%, respectivamente. Assim, a pesquisa evidencia que há uma tendência de melhora da contribuição da matriz na capacidade resistente à tração por flexão quando são adicionadas fibras de aço em matriz com maior resistência à compressão.

Na Figura 5 são apresentadas as curvas médias representativas do comportamento força-deslocamento vertical ($P-\delta$) dos concretos de cada grupo e a Figura 6 é indicada para facilitar a comparação entre as resistências.

Para os concretos C30, os maiores valores de resistências residuais foram observados para o grupo contendo maior quantidade de fibras (C30-120). Os aumentos do concreto C30-120 em relação ao C30-80, foram iguais a 13,9%, 19,9%, 27,4% e 14,3% para as resistências f_{R1} , f_{R2} , f_{R3} e f_{R4} , respectivamente. Já para o concreto C30-100 foi observado redução, em torno de 15%, nos valores das resistências residuais em relação ao C30-80. Essas constatações ficam evidenciadas graficamente pela Figura 5, onde se vê a curva do C30-120 em valores de força sempre acima daqueles para as curvas do C30-80 e C30-100. O desempenho inferior do C30-100 em relação ao C30-80 pode estar relacionado com a dispersão característica dos resultados de concreto com fibras. Entretanto, o que se pode mencionar é que os resultados são médios e obtidos a partir de um conjunto de seis corpos de prova e que, os maiores valores de desvio padrão e coeficiente de variação também estão associados ao C30-100 em relação aos demais concretos.

Para os concretos C40, os maiores valores de resistências residuais foram também aqueles observados para o grupo C40-120 contendo maior quantidade de fibras. Os aumentos observados foram ainda maiores do que aqueles registrados para os concretos C30. Assim, os aumentos do concreto C40-120 em relação ao C40-80, foram iguais a 34,6%, 30,9%, 23,2% e 21,8% para as resistências f_{R1} , f_{R2} , f_{R3} e f_{R4} , respectivamente. Já para o concreto C40-100, novamente aqui, foi observado redução nos valores de resistências residuais em relação ao C40-80.

Conforme a NBR 16935 (ABNT, 2021a), as aplicações estruturais do CRF são baseadas nas resistências características residuais dos elementos estruturais dimensionados em Estado Limite Último, desde que, as relações indicadas pelas Equações 4 e 5 sejam satisfeitas.

$$\frac{f_{R1k}}{f_{Lk}} \geq 0,40 \quad \text{Eq. 4}$$

$$\frac{f_{R3k}}{f_{R1k}} \geq 0,50 \quad \text{Eq. 5}$$

Na Tabela 4 apresentam-se os valores característicos das resistências de cada concreto e os valores das relações entre as resistências para análise quanto às aplicações estruturais do material. As resistências características foram determinadas pela Equação 6 conforme TC 162-TDF (RILEM, 2003), em que, " f_m " representa o valor médio da resistência do grupo, " k_x " é um fator que depende do número de corpos de prova ensaiados (para o caso $k_x = 2,18$) e " s_d " é o desvio padrão.

$$f_k = f_m - k_x \cdot s_d \quad \text{Eq. 6}$$

Figura 5 - Curvas médias P-δ da caracterização dos concretos na tração por flexão

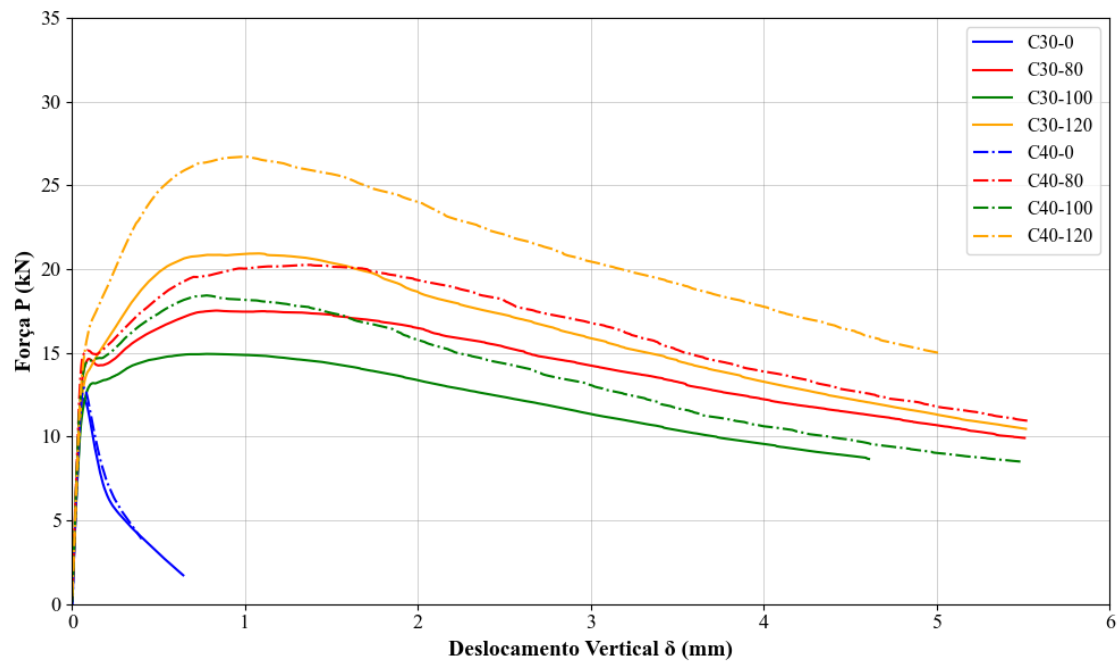


Figura 6 - Comparação entre as resistências do ensaio de tração na flexão

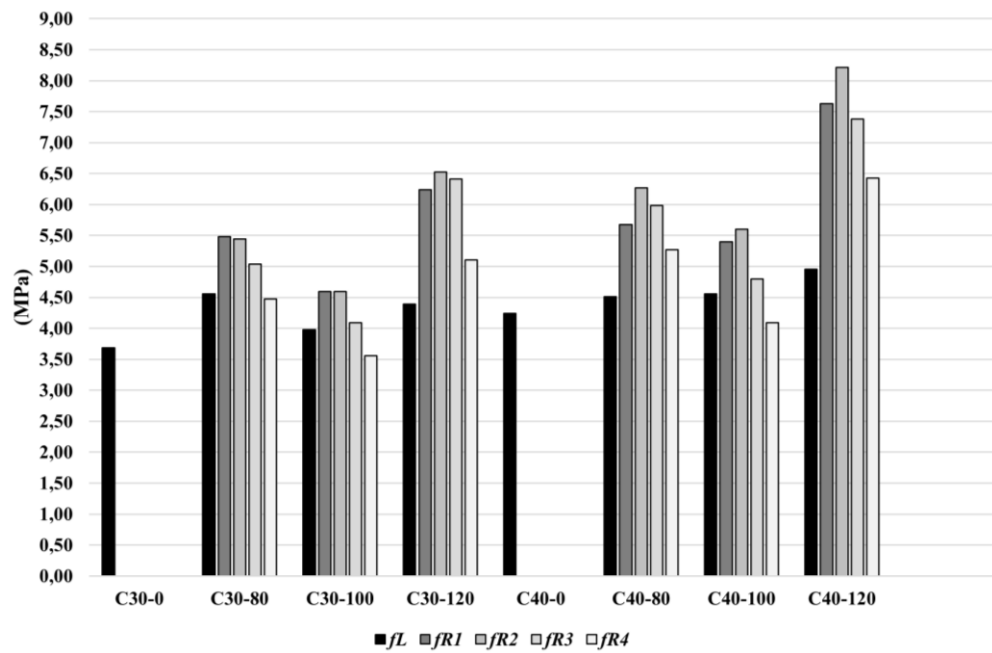


Tabela 4 - Resistências características dos concretos e valores das relações entre as resistências

Grupo	CRF	Resistências características			Relações		Atendimento
		f_{Lk} (MPa)	f_{R1k} (MPa)	f_{R3k} (MPa)	f_{R1k}/f_{Lk}	f_{R3k}/f_{R1k}	
2.1	C30-80	1,39	3,84	3,52	2,77	0,92	Sim
2.2	C30-100	1,64	2,27	1,54	1,39	0,68	Sim
2.3	C30-120	2,24	4,53	4,66	2,02	1,03	Sim
3.1	C40-80	2,14	3,37	3,59	1,58	1,07	Sim
3.2	C40-100	2,77	2,99	1,63	1,08	0,54	Sim
3.3	C40-120	2,14	5,71	5,41	2,67	0,95	Sim

Pelos resultados indicados na Tabela 4, todos os concretos atendem, simultaneamente, aos valores mínimos das relações entre as resistências conforme especificações da norma brasileira. Assim, todos os concretos estudados podem ser empregados para o dimensionamento em ELU de elementos estruturais de CRFA.

Dos resultados obtidos é importante destacar que para todos os concretos, o valor da relação (f_{R1k} / f_{Lk}) foi superior a unidade, denotando-se aumento de capacidade resistente do concreto após a fissuração da matriz. Entre esses resultados, destacam-se os com os concretos C30-80, C30-120 e C40-120 que apresentaram valores da relação acima de duas vezes o valor da resistência do limite de proporcionalidade, demonstrando aumento considerável na capacidade resistente pós-fissuração.

Os valores da relação entre as resistências residuais características (f_{R3k} / f_{R1k}) evidenciam a elevada capacidade resistente pós-fissuração da matriz, especialmente para os concretos C30-120 e C40-80 que, mesmo com abertura de fissura de 2,5 mm ($CMOD$), demonstram condições de aumentar a força em relação àquela correspondente a fissura com abertura de 0,5 mm.

A partir do ensaio de caracterização da tração por flexão, foram idealizadas leis constitutivas para facilitar aplicações dos concretos com fibras no projeto de elementos estruturais solicitados à tração. O modelo linear considera comportamento do CRFA pós-fissuração como sendo do tipo *hardening* ou *softening* conforme Equações 7 e 8 da NBR 16935 (ABNT, 2021a), sendo " f_{Fts} " a resistência à tração direta de serviço e " f_{Ftu} " a resistência à tração direta última.

$$f_{Fts} = 0,45 \cdot f_{R1} \quad \text{Eq. 7}$$

$$f_{Ftu} = f_{Fts} - \frac{w_u}{CMOD_3} (f_{Fts} - 0,5f_{R3} + 0,2f_{R1}) \quad \text{Eq. 8}$$

O modelo rígido-plástico idealiza o CRFA com resistência residual constante, independentemente da abertura da fissura, utilizando-se, portanto, como valor único de referência, a resistência à tração direta última do CRFA " f_{Ftu} " conforme indicado pela Equação 9.

$$f_{Ftu} = \frac{f_{R3}}{3} \quad \text{Eq. 9}$$

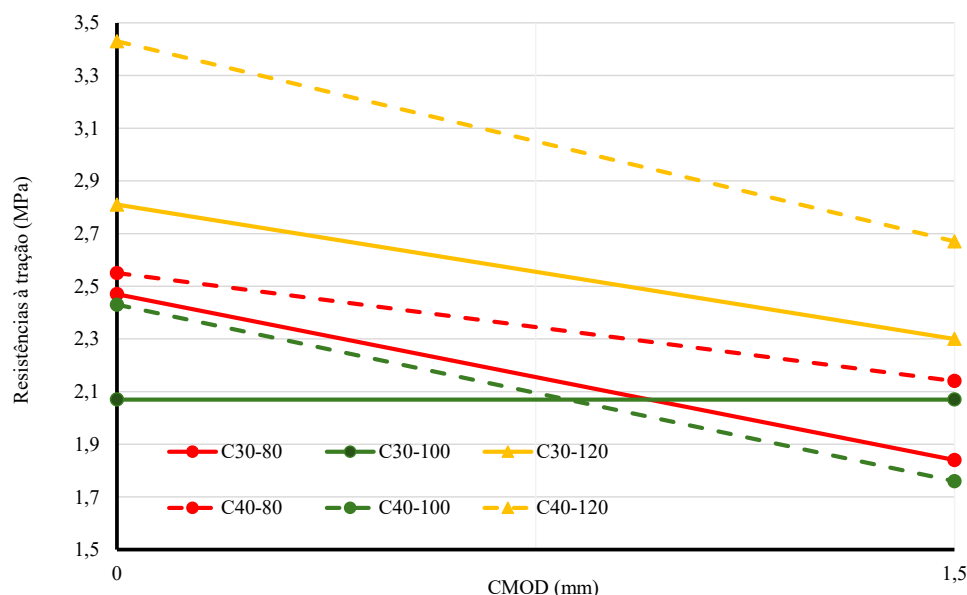
Na Tabela 5 são indicadas as resistências à tração última e de serviço, para os concretos estudados, calculadas tendo-se como referência os valores médios das resistências residuais. A resistência à tração última foi calculada tomando-se os valores de 2,5 mm ($f_{Ftu-2,5}$) e 1,5 mm ($f_{Ftu-1,5}$) para a abertura de fissura última (w_u) que representam, respectivamente, o limite indicado pela NBR 16935 (ABNT, 2021a) e o recomendado para a estimativa da capacidade resistente ao cisalhamento.

Na Figura 7 são indicados o comportamento pós-fissuração dos concretos conforme modelo linear. Em todos os grupos, o comportamento tipificado pós-fissuração é do tipo *softening* caracterizado por trecho descendente pós-fissuração da matriz de forma que os valores de força são sempre inferiores a de fissuração da matriz de concreto (exceção apenas para o C30-100 com patamar constante de resistência). Entre as respostas obtidas, destaca-se o modelo do C40-120, onde se tem os maiores valores de resistência, não deixando de lado a resposta obtida para o concreto C30-120. Assim, os modelos lineares pós-fissuração representados pelas maiores resistências foram aqueles obtidos pelas respostas dos concretos contendo a maior quantidade de fibras.

Tabela 5 - Resistência à tração última e de serviço dos concretos

Grupo	CRF	Modelo linear			Modelo plástico
		f_{Fts} (MPa)	$f_{Ftu-2,5}$ (MPa)	$f_{Ftu-1,5}$ (MPa)	f_{Ftu} (MPa)
2.1	C30-80	2,47	1,42	1,84	1,68
2.2	C30-100	2,07	1,13	2,07	1,36
2.3	C30-120	2,81	1,96	2,30	2,14
3.1	C40-80	2,55	1,86	2,14	2,00
3.2	C40-100	2,43	1,32	1,76	1,60
3.3	C40-120	3,43	2,16	2,67	2,46

Figura 7 - Lei constitutiva do tipo linear pós-fissuração dos concretos



Resultados dos ensaios das vigas

Na Figura 8 estão agrupadas as curvas médias força-deslocamento vertical ($P-\delta$) das vigas moldadas com os concretos estudados. O comportamento típico das vigas conforme já identificado por Suk e Ferrari (2024) pode ser representado por três pontos correspondentes aos valores da força de surgimento da fissura de flexão da viga (P_f), força de surgimento da fissura de cisalhamento (P_c) e, a força de ruína da viga (P_u) correspondente à ruptura por cisalhamento. Os valores médios das forças de cada grupo são indicados na Tabela 6 (valores entre parênteses representam o desvio padrão e o coeficiente de variação). São também indicados os valores das relações entre as forças dos grupos contendo fibras em relação aos grupos de referência C30-0 e C40-0.

A ruína das vigas dos grupos de referência C30-0 e C40-0 foram iguais e dadas pela ruptura do concreto da diagonal tracionada por efeito repentino do cisalhamento como indicado na Figura 9a. Nesses grupos, o comportamento inicial no trecho correspondente ao regime elástico linear deu-se até a força de fissura (P_f), seguido por queda de rigidez até a força de surgimento da fissura de cisalhamento (P_c), com queda ainda mais pronunciada da rigidez da viga e comportamento até a ruína frágil por cisalhamento correspondente a força última (P_u). O seccionamento completo da viga somente não foi observado porque o ensaio foi interrompido antes da ruptura por questões de segurança aos equipamentos de ensaio. Os valores das forças P_f , P_c e P_u para o grupo C40-0 foram superiores as forças obtidas para o grupo C30-0 em, respectivamente, 5,2%, 9,9% e 10,5%, demonstrando-se a influência da resistência à compressão do concreto sobre o surgimento da fissura de flexão, de cisalhamento e também da ruína por cisalhamento.

Para os grupos C30 contendo fibras, a ruína foi também caracterizada pela ruptura da diagonal tracionada por efeito do cisalhamento como indicado na Figura 9b. Entretanto, as fibras agiram evitando a abertura e a propagação da fissura principal, o que resultou em resposta dúctil para o trecho pós-pico $P-\delta$ nas vigas de concreto contendo fibras. Com a adição de fibras todos os valores de força foram incrementados em relação a viga de referência C30-0, adicionalmente, notou-se relação entre o aumento nos valores de forças " P_c " e " P_u " com o aumento na quantidade das fibras. Para a força " P_f " os valores foram superiores em 1,23, 1,25 e 1,11, para os grupos C30-80, C30-100 e C30-120 em relação ao grupo de referência C30-0, respectivamente. Para a força " P_c " os valores foram superiores em 1,20, 1,24 e 1,32, para os grupos C30-80, C30-100 e C30-120 em relação ao grupo de referência C30-0, respectivamente. Para a força " P_u " os valores foram superiores em 1,42, 1,45 e 1,43, para os grupos C30-80, C30-100 e C30-120 em relação ao grupo de referência C30-0, respectivamente.

Para os grupos classe C40 contendo fibras, a ruína foi também caracterizada pela ruptura da diagonal tracionada por efeito do cisalhamento como indicado na Figura 9c. A ação das fibras de aço foi notória após o surgimento da fissura de cisalhamento, bloqueando sua abertura e propagação, possibilitando comportamento suavizado e dúctil pós-pico. Novamente aqui, como observado para os grupos C30, todos os valores de força (exceção apenas para " P_f " do grupo C40-100) foram incrementados em relação a viga de

referência C40-0 e, adicionalmente, notou-se relação entre o aumento nos valores de forças com o aumento na quantidade das fibras. Para a força “ P_f ” os valores foram superiores em 1,09 e 1,12 para os grupos C40-80 e C40-120 em relação ao grupo de referência C40-0, respectivamente. Para a força “ P_c ” os valores foram superiores em 1,16, 1,17 e 1,22, para os grupos C40-80, C40-100 e C40-120 em relação ao grupo de referência C40-0, respectivamente. Para a força “ P_u ” os valores foram superiores em 1,26, 1,28 e 1,31, para os grupos C40-80, C40-100 e C40-120 em relação ao grupo de referência, respectivamente.

A evolução dos valores das forças entre os grupos fica bem evidenciada pela Figura 10. As fibras exerceram influência significativa nos valores das forças correspondentes ao surgimento da fissura de cisalhamento “ P_c ” e na ruína das vigas “ P_u ”. Os maiores valores de forças “ P_c ” foram registrados para as vigas com concreto C40 denotando-se que há influência da resistência do concreto no surgimento da fissura de cisalhamento e que também existe efeito da quantidade de fibras para proporcionar aumento dessa força. Para os valores de ruína “ P_u ” não foi observado influência da resistência do concreto sobre os valores das forças e nem mesmo efeito da quantidade de fibras sobre a ruína por cisalhamento.

Figura 8 - Curvas média P- δ das vigas dos grupos de concreto estudados

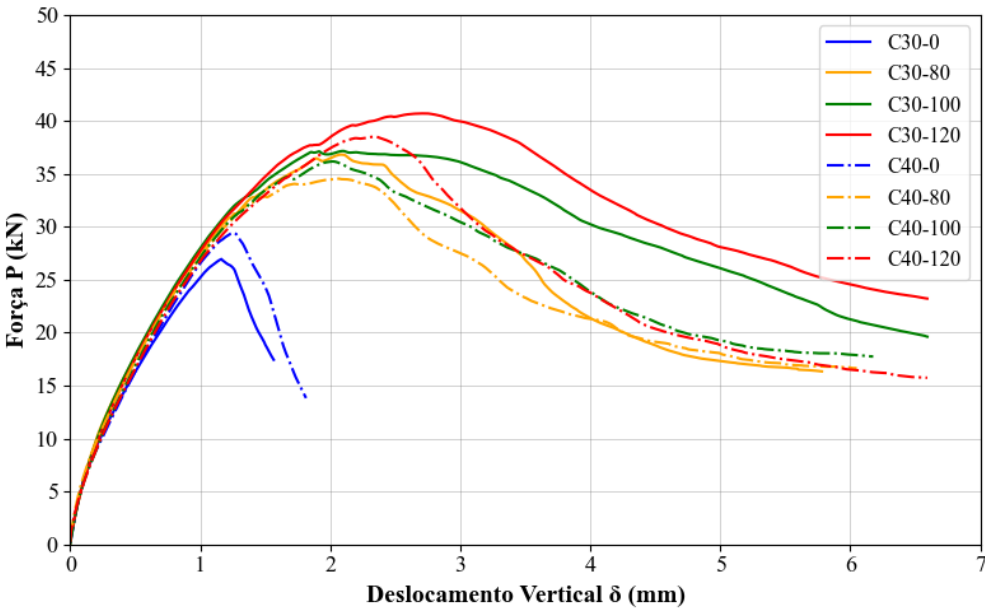


Tabela 6 - Forças médias de fissuração de flexão, de cisalhamento e última das vigas

Grupo	CRF	P_f (kN)	P_c (kN)	P_u (kN)	Relações		
					P_{f-i} / P_{f-ref}	P_{c-i} / P_{c-ref}	P_{u-i} / P_{u-ref}
1.1	C30-0	6,79 (0,99; 14,57)	26,13 (0,83; 3,16)	27,53 (0,99; 3,60)	1,00	1,00	1,00
1.2	C40-0	7,14 (0,20; 2,75)	28,72 (1,32; 4,61)	30,42 (1,47; 4,98)	1,00	1,00	1,00
2.1	C30-80	8,33 (1,44; 17,31)	31,14 (1,37; 4,41)	39,00 (5,05; 12,96)	1,23	1,20	1,42
2.2	C30-100	8,49 (2,64; 31,51)	32,43 (1,35; 4,16)	39,91 (4,32; 11,59)	1,25	1,24	1,45
2.3	C30-120	7,54 (0,31; 4,15)	34,55 (3,61; 10,45)	39,40 (3,93; 9,97)	1,11	1,32	1,43
3.1	C40-80	7,78 (1,02; 13,08)	33,45 (1,21; 3,62)	38,25 (4,18; 10,92)	1,09	1,16	1,26
3.2	C40-100	7,14 (0,38; 5,32)	33,64 (8,22; 24,44)	38,80 (7,33; 18,90)	1,00	1,17	1,28
3.3	C40-120	8,02 (1,05; 13,04)	34,98 (4,04; 11,56)	39,88 (3,71; 9,32)	1,12	1,22	1,31

Figura 9 - Aspecto da ruína das vigas por efeito do cisalhamento

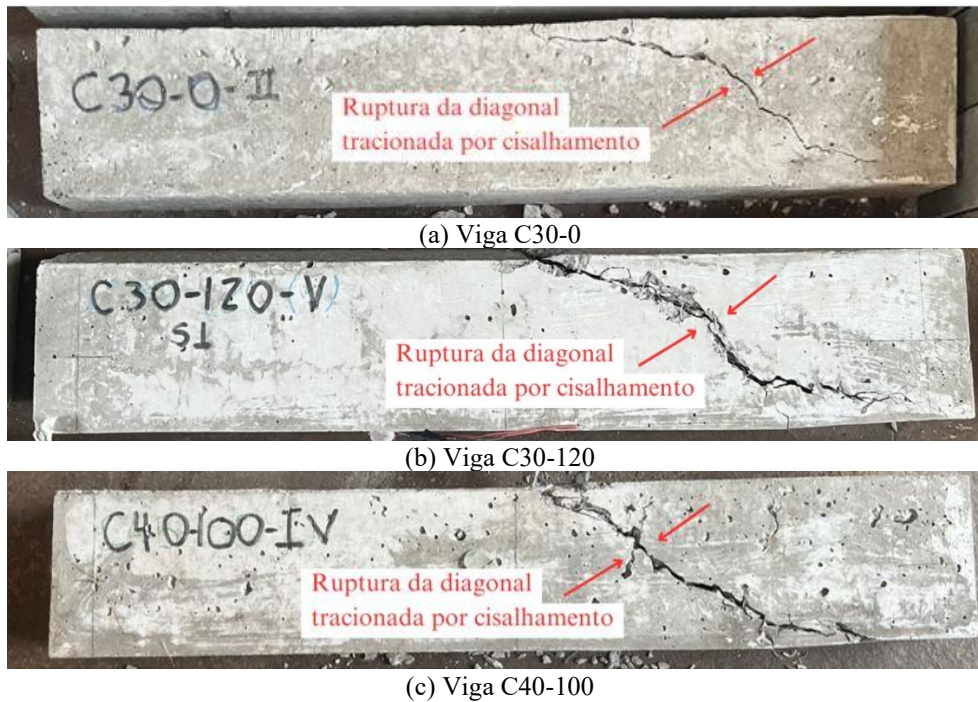
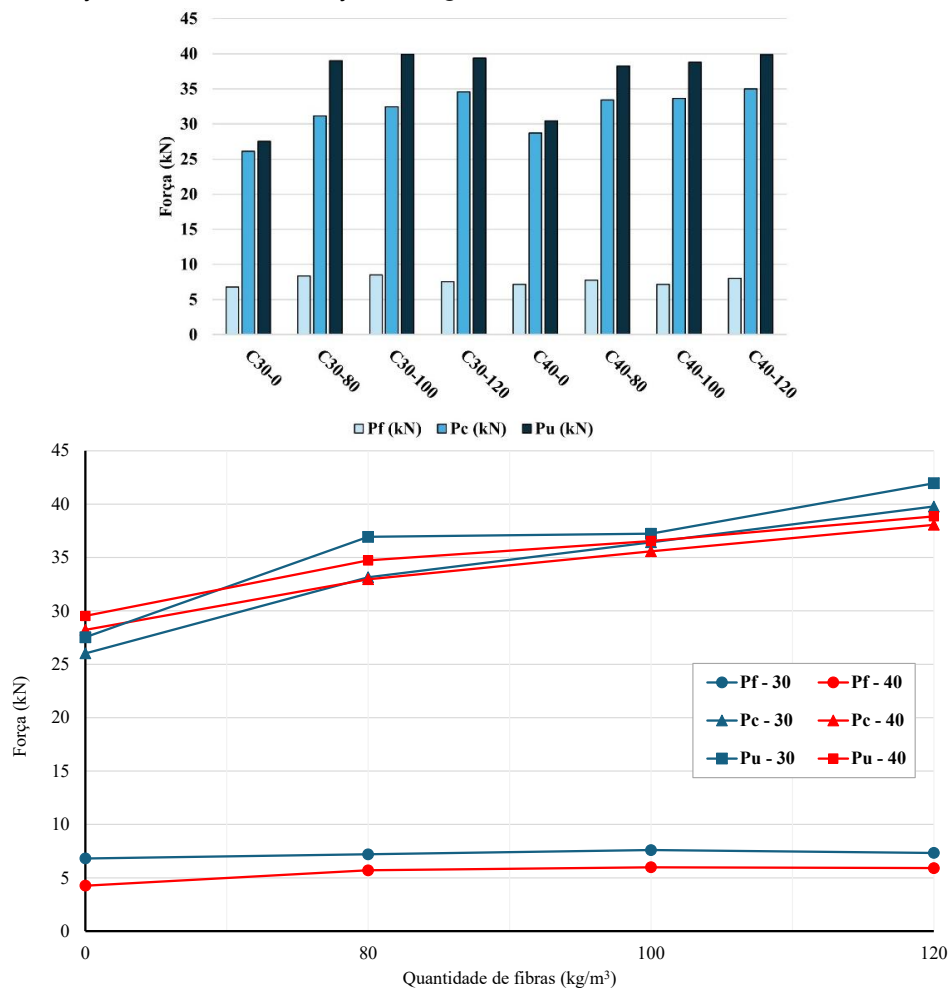


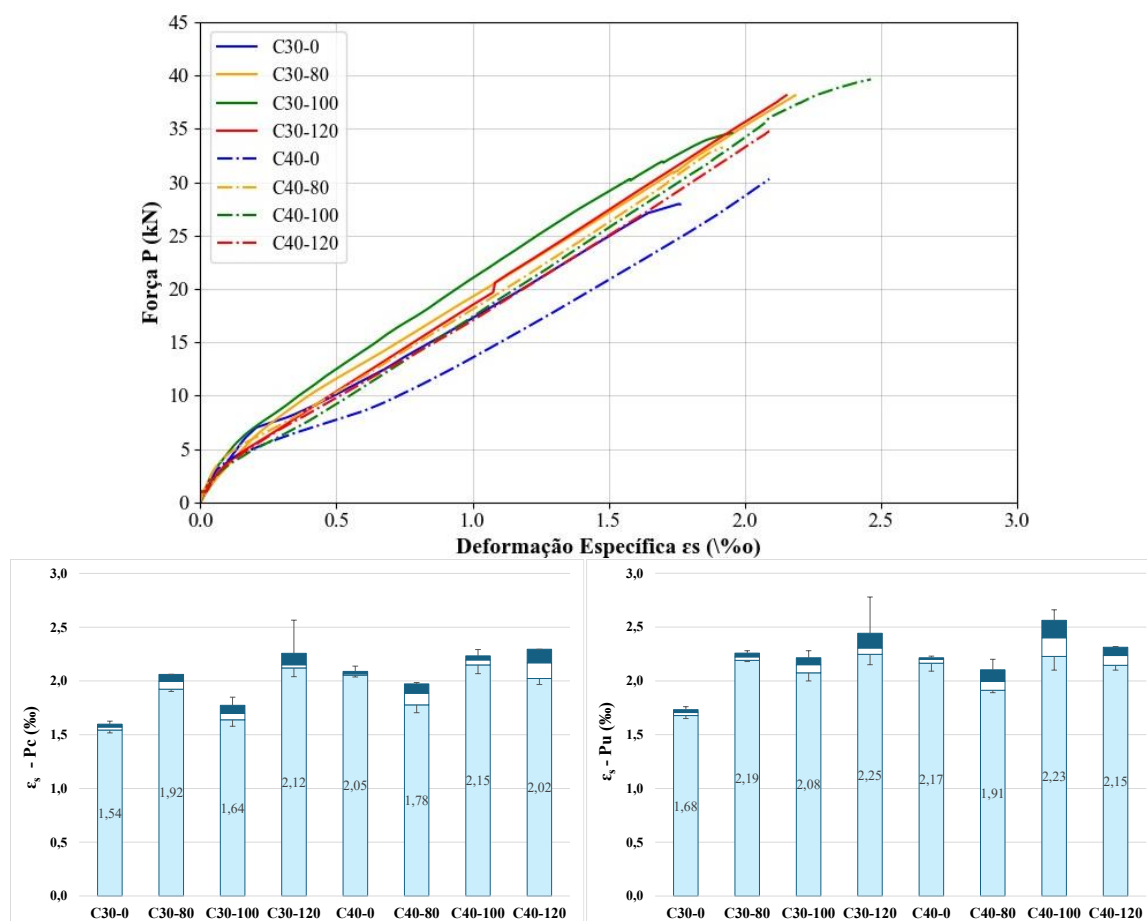
Figura 10 - Evolução dos valores das forças das vigas



Na Figura 11 são indicadas as curvas médias força-deformação específica da armadura ($P-\epsilon_s$) das vigas e os respectivos valores das deformações associadas com as forças P_c e P_u . O comportamento das curvas é do tipo bi-linear, antes e após a fissuração da matriz. Esse comportamento é justificado porque não ocorreu plastificação da armadura em nenhum dos grupos, pois os valores das deformações foram inferiores ao de escoamento da barra de aço (2,38‰).

Para o grupo C30, o maior valor de deformação específica na armadura foi registrado para a viga C30-120 com 2,25‰ de deformação específica. Para o grupo C40, o maior valor de deformação específica na armadura foi registrado para a viga C40-100 com 2,23‰ de deformação específica.

Figura 11 - Curvas médias força-deformação específica da armadura das vigas



Na Figura 12 indica-se a evolução dos valores de deformações específicas na armadura das vigas conforme a quantidade de fibras e a resistência do concreto. Para efeito comparativo foram selecionados os valores de forças de 10 kN, 20 kN e 30 kN para obtenção do respectivo valor de deformação da armadura.

Os valores das deformações da armadura para as vigas contendo fibras de aço foram inferiores aos registrados para as vigas de concreto convencional. O comportamento demonstra a influência das fibras de aço no controle da fissuração evitando-se a concentração de tensões e, portanto, de maiores deformações na armadura. É o efeito ponte promovido pelas fibras possibilitando-se a transferência de tensões entre as faces das fissuras.

Para estágios mais avançados de fissuração do concreto, representado por maiores valores de força, constata-se redução nos valores das deformações da armadura de maneira mais acentuada para o C40 em relação ao C30. Efeito que pode ser associado a resistência à tração do concreto e melhor ancoragem das fibras na matriz cimentícia do concreto de maior resistência a compressão.

A quantidade de fibras mostrou não exercer influência nos valores de deformação da armadura para as vigas com concreto C40. Para o concreto C30, ficou evidenciada redução nos valores da deformação para o aumento de fibras de 80 para 100 kg/m³, não se constatando o mesmo para a quantidade de 120 kg/m³. Os resultados

apontam para a existência de uma quantidade de fibras diferente para os concretos C30 (100 kg/m³) e C40 (80 kg/m³ ou inferior), a partir da qual não mais se constata melhoria do efeito ponte para a distribuição das tensões entre as fissuras.

O comportamento “ $P-\delta$ ” das vigas com concreto C30-80, C30-100 e C30-120 é comparado, na Figura 13, com as vigas de com concreto C30-40, C30-60 e C30-80 da pesquisa de Suk e Ferrari (2024). A comparação é possível uma vez que foi empregado o mesmo esquema estático, dimensões, armadura e concreto de mesma resistência à compressão. A única diferença foi a fibra de aço utilizada por Suk e Ferrari (2024) que tinha comprimento de 33 mm. Assim, tem-se um panorama do comportamento das vigas de concreto com resistência à compressão de 30 MPa e fibras em quantidades variando-se de 40 a 120 kg/m³.

A resposta das vigas é significativamente modificada em função do aumento da quantidade de fibras de aço. A elevação da quantidade de fibras resultou em concretos com comportamento mais dúcteis e com maior capacidade de absorção de energia devido ao controle, promovido pelas fibras, na abertura e propagação da fissuração. Os valores de força de ruína “ P_u ” foram aumentados para os grupos C30-40, C30-60, C30-80, C30-100 e C30-120 em, respectivamente, 26,5%, 33,9%, 41,66%, 45% e 43,1% em relação ao concreto de referência. O aumento mais pronunciado foi o observado para o concreto C30-100, denotando-se haver uma quantidade de fibras que limita o aumento na força.

Figura 12 - Evolução das deformações específicas da armadura conforme quantidade de fibras e resistência do concreto

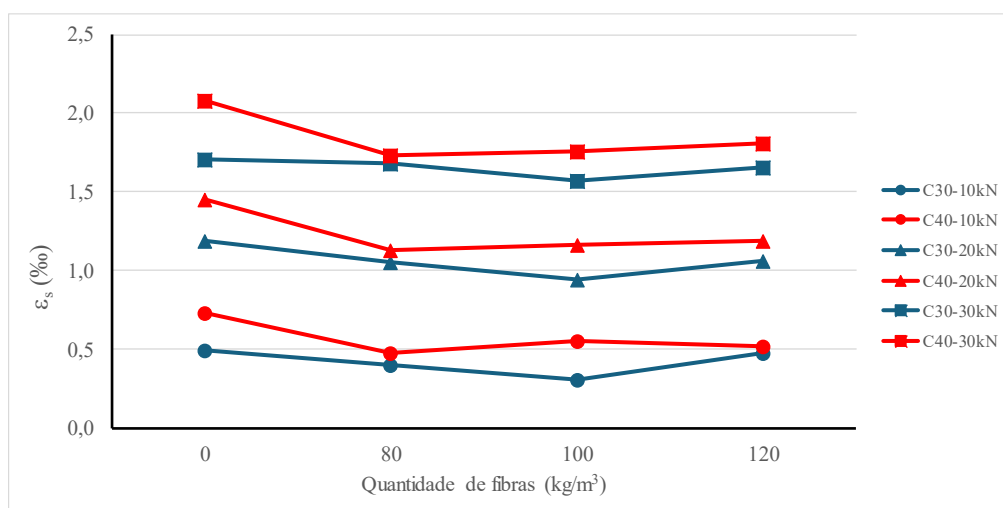
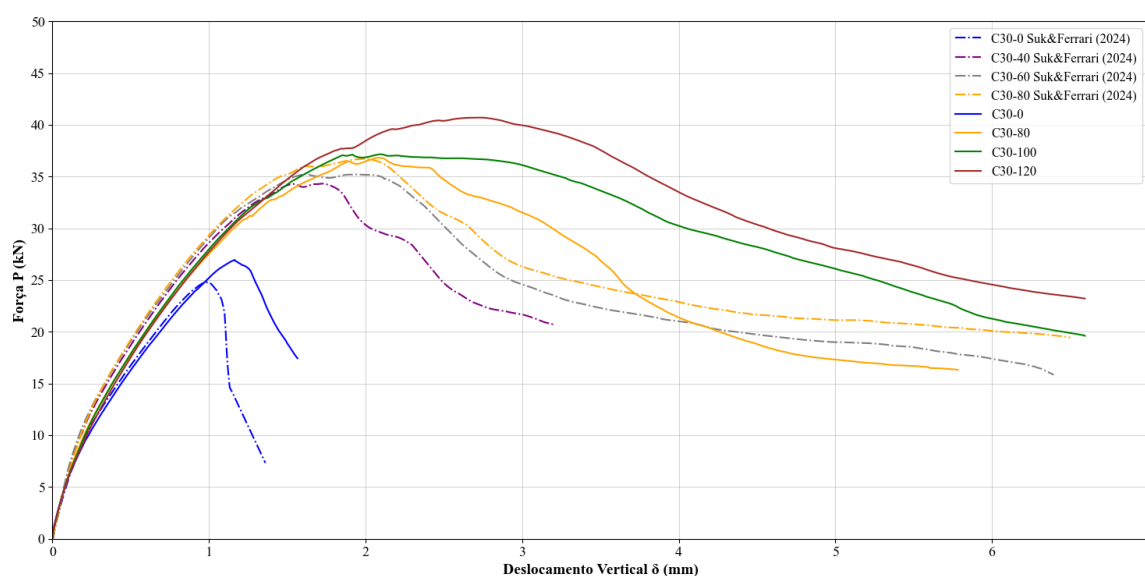


Figura 13 - Comportamento força-deslocamento de vigas de concreto C30 com fibras de 40 a 120 kg/m³



A resistência ao cisalhamento de vigas de CRFA depende de diversos fatores (taxa de armadura longitudinal, vão de cisalhamento, resistência do concreto, tipo e teor de fibras e dimensões da viga) e existe grande variabilidade entre os resultados experimentais dos artigos como bem mencionado por Bono, Bono e Santos Junior (2014).

Nesse sentido, os valores da tensão de cisalhamento ($v_u = V_u/b.d$) e da tensão de cisalhamento normalizada ($v'_u = v_u/\sqrt{f_c}$) foram calculados para cada grupo de viga e os resultados obtidos são reunidos na Tabela 7 para facilitar a comparação com outras pesquisas. São também indicados os valores das relações [1] e [2] para quantificação, respectivamente, do incremento da resistência ao cisalhamento (v_{u-crff}/v_{u-ref}) e da resistência normalizada (v'_{u-crff}/v'_{u-ref}) das vigas com fibras em relação a de referência. Os resultados obtidos por Suk e Ferrari (2024) são também indicados. De acordo com o esquema estático das vigas, tem-se o esforço cortante último como $V_u = 0,5.P_u$.

O banco de dados reunido por Lantsoght (2019), composto por resultados experimentais de 488 vigas de CRFA sem estribos, contempla ampla gama de variação dos parâmetros que influenciam a capacidade resistente ao cisalhamento. A tensão de cisalhamento normalizada obtida para as vigas da série C30 (0,38 – 0,41) e para as vigas da série C40 (0,35 – 0,36) estão agrupados dentro do intervalo de resultados indicados pelo referido pesquisador.

Como indicado na Tabela 7, para as vigas da série C30 foram constatados aumentos na resistência ao cisalhamento com a adição de fibras verificando-se incrementos entre 1,42 a 1,46 em relação a viga de referência. Similarmente, para as vigas da série C40 foram registrados aumentos na resistência ao cisalhamento, porém, com incrementos menores e entre 1,25 a 1,31.

A pesquisa de Vitor *et al.* (2018) registrou aumentos na resistência ao cisalhamento de vigas sem estribos e moldadas com fibras de aço (50 e 60 kg/m³) em concreto C20 e C40 e taxa de armadura de 1,32 e 1,55%. Os incrementos na resistência ao cisalhamento foram mais acentuados para a série de vigas de concreto C20 (1,91), fato semelhante ao que foi observado na presente pesquisa onde, maiores incrementos foram obtidos para o concreto C30 em relação ao C40.

Vitor *et al.* (2018) observaram ganho na resistência ao cisalhamento para a série de vigas de concreto C40 com o aumento do teor de fibras para ambas as taxas de armaduras, entretanto, o aumento do teor de fibras de 50 para 60 kg/m³ foi acompanhada por redução da resistência ao cisalhamento para ambas taxas de armadura. Fato semelhante foi constatado para a série de vigas C30 em que, o aumento da quantidade de fibras de 100 para 120 kg/m³ foi em conjunto com redução na resistência ao cisalhamento, sendo que para a série de concreto C40, ocorreu aumento na resistência com o aumento da quantidade de fibras.

A pesquisa de Nzambi *et al.* (2022) apresentou resultados experimentais de vigas sem estribos e moldadas com fibras de aço do tipo onduladas em taxa de 1% para concreto C20 e taxa de armadura de 0,87%, 1,2%, 1,62% e 2,14%. Os resultados obtidos indicaram que as fibras de aço proporcionaram aumentos na resistência ao cisalhamento em incrementos entre 1,35 a 1,90. O incremento na resistência ao cisalhamento para o concreto C30-80 (1,42 com taxa de armadura de 1,82%) está contido no intervalo do incremento de resistência de 1,35 a 1,57, registrado por Nzambi *et al.* (2022) correspondente as taxas de 2,14 e 1,62% de armadura, respectivamente.

Tabela 7 - Comparação da resistência ao cisalhamento com outras pesquisas

Pesquisa	CRF	V_u (kN)	v_u (MPa)	v'_u	Relações	
					[1]	[2]
Suk & Ferrari (2024)	C30-0	12,57	1,43	0,26	-	-
	C30-40	17,41	1,98	0,34	1,38	1,31
	C30-60	18,43	2,09	0,37	1,46	1,42
	C30-80	19,15	2,18	0,39	1,52	1,50
Autor (2025)	C30-0	13,77	1,56	0,28	-	-
	C40-0	15,21	1,73	0,27	-	-
	C30-80	19,50	2,22	0,38	1,42	1,36
	C30-100	19,96	2,27	0,41	1,46	1,46
	C30-120	19,70	2,24	0,38	1,44	1,36
	C40-80	19,13	2,17	0,35	1,25	1,30
	C40-100	19,40	2,20	0,35	1,27	1,30
	C40-120	19,94	2,27	0,36	1,31	1,33

Em Sahoo & Sharma (2014) foram registrados valores de resistência ao cisalhamento para as vigas cm fibras de aço em teores de 0,50, 0,75, 1 e 1,25% iguais a, 3,68, 2,78, 2,40 e 2,94 MPa, respectivamente. Os valores da resistência ao cisalhamento normalizada registrada pelos autores (0,49 a 0,69) é superior aos valores aqui obtidos (0,35 a 0,41). Os valores constatados pelos autores para as resistências da viga moldada com 80 kg/m³ de fibras iguais a $v_u=2,40$ MPa e $v'_u=0,49$ são semelhantes aos observados para as vigas de concreto C30-80 ($v_u=2,22$ MPa e $v'_u=0,38$) e C40-80 ($v_u=2,17$ MPa e $v'_u=0,35$).

Para uma das vigas analisadas por Shoaib, Lubell e Bindiganavile (2015), moldada com fibra de aço em 80 kg/m³, taxa de armadura de 1,84% e $a/d=3$, foram obtidos valores de $v_u=2,55$ MPa e $v'_u=0,54$, acima dos valores aqui obtidos com as vigas C30-80 ($v_u=2,22$ MPa e $v'_u=0,38$) e C40-80 ($v_u=2,17$ MPa e $v'_u=0,35$).

Com relação a comparação com a pesquisa de Suk & Ferrari (2024) cabe, primeiramente, destacar a validade dos resultados obtidos, representado pelos valores de resistência, praticamente idênticos para o mesmo concreto (C30-80) reproduzido em ambas as pesquisas. Para o concreto C30, o que se observa é um aumento da resistência ao cisalhamento, representado pelos parâmetros v_u e v'_u , com a quantidade de fibras de 40 a 100 kg/m³, seguido por redução nos referidos parâmetros para fibras em 120 kg/m³.

Estimativa da capacidade resistente ao cisalhamento

A pesquisa desenvolvida por Lantsoght (2019) demonstrou grande dispersão entre os valores experimentais e os previstos analiticamente pelas equações empíricas, concluindo que nenhum dos modelos empíricos descrevem adequadamente o comportamento das vigas de CRFA com ruína caracterizada por cisalhamento. Assim, optou-se por empregar as equações indicadas pela norma brasileira que trata do projeto de estruturas de concreto com fibras. A NBR 16935 (ABNT, 2021a) apresenta uma abordagem sobre vigas de CRF com armadura longitudinal e sem estribos sendo a capacidade resistente da seção transversal ao cisalhamento ($V_{Rd,F}$) estimada pela Equação 10.

$$V_{Rd,F} = \left\{ \frac{0,18}{\gamma_c} \cdot k \left[100 \cdot \rho_1 \left(1 + 7,5 \frac{f_{Ftuk}}{f_{ctk}} \right) \cdot f_{ck} \right]^{1/3} \right\} b \cdot d \quad \text{Eq. 10}$$

O termo “ k ” representa o fator de escala, determinado pela Equação 11, sendo a altura útil da seção “ d ” em milímetros.

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2 \quad \text{Eq. 11}$$

O coeficiente de ponderação do CRF “ γ_c ” foi mantido igual a 1. A taxa de armadura longitudinal “ ρ_l ” foi calculada pela relação entre a área de aço das barras que compõem a armadura (A_{sl}) e a área da seção dada pela largura (b) e altura útil (d) conforme Equação 12.

$$\rho_1 = \frac{A_{sl}}{b \cdot d} \quad \text{Eq. 12}$$

Os termos “ f_{ck} ” e “ f_{ctk} ” representam, respectivamente, a resistência característica à compressão do concreto e a resistência à tração direta, sendo considerado o valor de $f_{ct,m}$. O termo “ f_{Ftuk} ” é o valor último da resistência característica à tração direta do CRF considerando-se modelo linear com $w_u = 1,5$ mm como já indicado anteriormente na Tabela 5.

Os resultados obtidos pelo emprego do equacionamento da norma brasileira são apresentados na Tabela 7 em termos da estimativa analítica capacidade resistente ao cisalhamento da seção transversal das vigas ($V_{Rd,F}$), juntamente com os valores da força última equivalente a capacidade de carga de cada grupo de viga estudado ($V_u=0,5 \cdot P_u$).

O parâmetro representado pela relação média (rm) permite verificar se ocorre superestimativa do resultado previsto analiticamente em relação ao valor real experimental ($rm > 1$) ou uma subestimativa ($rm < 1$). Pelo parâmetro do erro absoluto médio (eam) é possível avaliar a magnitude do erro médio do resultado previsto em relação ao experimental. A previsão analítica é considerada precisa para a combinação da relação média próximo ao valor unitário ($rm = 1$) e do erro absoluto médio próximo a zero ($eam = 0$). A relação média e o erro absoluto médio foram calculados pelas Equações 13 e 14.

$$rm = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{f_{cc-teo}}{f_{cc-exp}}}{n} \quad \text{Eq. 13}$$

$$eam = \frac{\sum_{i=1}^n \left| \frac{f_{cc-teo} - f_{cc-exp}}{f_{cc-exp}} \right|}{n} \quad \text{Eq. 14}$$

Como indicado na Tabela 8, os valores estimados analiticamente são praticamente iguais aos obtidos experimentalmente e isso corrobora com a precisão das equações da norma brasileira de projeto de concreto reforçado com fibras. O valor da relação média (rm) considerando todos os grupos ($n = 6$) é exatamente igual a 1,0 e o erro absoluto médio (eam) é de apenas 4,4% para o caso do modelo plástico. Para o modelo linear, a relação média é igual a 1,03 e o erro é de 5,2%.

Para as vigas de referência em concreto convencional C30-0 e C40-0, os valores da força última equivalente a ruína por cisalhamento foram iguais a $V_u = 13,77$ kN e $V_u = 15,21$ kN, respectivamente. Pelo ensaio de caracterização da tração por flexão, foi obtido o valor de resistência à flexão da matriz para os concretos C30-0 e C40-0 como iguais a, respectivamente, $f_L = 3,69$ MPa e $f_L = 4,24$ MPa. De posse desses valores e empregando-se a Equação 15, indicada na NBR 6118 (ABNT, 2024), procedeu-se com a estimativa da capacidade resistente das vigas C30-0 e C40-0 (V_{Rd3}).

$$V_{Rd3} = 0,6 \cdot b \cdot d \cdot (0,7 \cdot f_L) \quad \text{Eq. 15}$$

Os valores estimados analiticamente da capacidade resistente ao cisalhamento das vigas C30-0 e C40-0 são iguais a $V_{Rd3} = 13,64$ kN e $V_{Rd3} = 15,67$ kN, respectivamente. Assim, os valores são praticamente iguais aos obtidos experimentalmente, sendo o valor da relação “ rm ” igual a 0,99 para a viga C30-0 e “ rm ” igual a 1,03 para a viga C40-0.

Mediante a elevada precisão dos resultados obtidos, fez-se uso da Equação 16 para a determinação da capacidade resistente das vigas (C30-0 e C40-0) considerando dotadas de estribos em taxa mínima conforme recomendação da NBR 6118 (ABNT, 2024).

$$V_{Rd3} = 0,168 \cdot b \cdot d \cdot f_L \quad \text{Eq. 16}$$

Assim, para a viga C30-0 considerando armadura transversal mínima, a capacidade resistente seria igual a $V_{Rd3} = 17,73$ kN e para a viga C40-0, a capacidade resistente seria igual a $V_{Rd3} = 20,37$ kN. Assim, o concreto de 30 MPa de resistência à compressão e com a quantidade de 80 kg/m³ de fibras teria condições estruturais suficientes para a substituição dos estribos da armadura transversal mínima da viga. Para a viga C30-80, a força última de cisalhamento foi igual a $V_u = 19,50$ kN, superior ao valor da capacidade resistente estimada com armadura transversal mínima ($V_{Rd3} = 17,73$ kN).

Já para o concreto de 40 MPa de resistência à compressão, nenhuma das quantidades de fibras estudadas seria suficiente para a substituição da armadura transversal mínima. O maior valor de força de ruína de cisalhamento para as vigas moldadas com concreto C40 foi verificado para a viga C40-120 com $V_u = 19,94$ kN, valor esse ainda inferior a capacidade resistente estimada com armadura transversal mínima e igual a $V_{Rd3} = 20,37$ kN.

O resultado obtido pode ser reforçado mencionando-se a pesquisa de Bono, Bono e Santos Junior (2024) onde os autores, a partir de um conjunto de dados, produziram um ábaco contendo valores que permite definir a quantidade de fibras de aço necessária à substituição da armadura mínima de estribos. Para o concreto C30, a quantidade de fibras necessária seria de 80 kg/m³ a partir do referido ábaco, coincidindo exatamente com o resultado aqui obtido. Resultado da pesquisa de Sahoo e Sharma (2014), indica que um CRFA em quantidade de 78,5 kg/m³ pode substituir parcialmente os estribos, também corrobora com o resultado aqui obtido.

Tabela 8 - Capacidade resistente analítica das vigas e comparação com resultado experimental

Grupo	CRF	V_u (kN)	$V_{Rd,F}$ (kN)		rm		eam	
			Plástico	Linear	Plástico	Linear	Plástico	Linear
2.1	C30-80	19,50	19,20	19,63	0,98	1,01	0,0154	0,0067
2.2	C30-100	19,96	17,94	18,36	0,90	0,92	0,101	0,0802
2.3	C30-120	19,70	19,97	20,34	1,01	1,03	0,013	0,0324
3.1	C40-80	19,13	20,52	20,87	1,07	1,09	0,072	0,0910
3.2	C40-100	19,40	19,40	19,83	1,00	1,02	0,000	0,0222
3.3	C40-120	19,94	21,12	21,56	1,06	1,08	0,059	0,0812

Conclusões

O objetivo da pesquisa consistiu em analisar o comportamento das vigas de CRFA frente ao efeito de ruína provocada por esforço de cisalhamento. Para tanto, as vigas não foram dotadas de estribos, mas foram moldadas com fibras de aço em quantidades variando-se de 80 a 120 kg/m³. O efeito da resistência à compressão do concreto também foi estudado e ainda, procurou-se empregar resultados da pesquisa de Suk e Ferrari (2024) para ampliar o leque de resultados para o comportamento das vigas com concreto 30 MPa. Foram moldados diversos corpos de prova para a caracterização de cada concreto por meio de ensaio de compressão simples, compressão diametral e tração por flexão. A capacidade resistente das vigas foi estimada analiticamente pelas equações da norma brasileira de projeto de concreto com fibras e foi realizada a comparação com os valores obtidos experimentalmente. As equações da norma brasileira de projeto de concreto armado também foram empregadas para a estimativa da capacidade das vigas de concreto convencional contendo estribos em taxa mínima para efeito de comparação com a capacidade das vigas analisadas nesta pesquisa. As conclusões da pesquisa são as que seguem:

- (a) foi constatado efeito relevante do aditivo hiperplastificante permitindo recuperar a trabalhabilidade das misturas dos concretos contendo fibras de aço em quantidade de 100 e 120 kg/m³;
- (b) a resistência à compressão dos concretos não foi modificada de forma significativa com a adição das fibras de aço com exceção apenas para o C30-100. O aumento na resistência à compressão ficou limitado em 8% (C30-120) e a redução foi limitada a 5% (C30-100);
- (c) a adição das fibras de aço resultou em aumento da resistência à flexão dada pela contribuição da matriz cimentícia (f_L). Para os concretos C30, a contribuição da matriz para a resistência foi aumentada com a quantidade de fibras de aço. Para os concretos C40-100 e C40-120, o aumento na quantidade de fibras foi acompanhado de redução na resistência;
- (d) os maiores valores de resistências residuais (f_{R1} , f_{R2} , f_{R3} e f_{R4}) foram registrados para os grupos contendo maior quantidade de fibras (C30-120 e C40-120). Entre esses dois grupos, destacam-se ainda os valores do C40-120 em relação ao C30-120;
- (e) todos os concretos com fibras desenvolvidos podem ser empregados no projeto de elementos estruturais pois, atendem aos valores mínimos das relações entre as resistências de acordo com as especificações da norma brasileira;
- (f) os CRFA apresentaram resposta estrutural com valor da relação entre as resistências (f_{R1k}/f_{Lk}) superior a unidade, demonstrando aumento de capacidade de carga após a fissuração da matriz;
- (g) a ruína por ruptura repentina do concreto das vigas de referência foi modificada para dúctil nas vigas moldadas com CRFA. Ficou evidenciado que o efeito ponte das fibras restringiu a abertura e a propagação da fissura da diagonal tracionada, mantendo a capacidade resistente com elevada deformação;
- (h) foram registrados incrementos significativos na resistência ao cisalhamento das vigas de CRFA em relação as vigas de concreto convencional. Para o concreto C30 foi registrado incremento de até 1,46 e para o concreto C40, o incremento foi de até 1,31;
- (i) foram registrados aumentos crescentes na resistência ao cisalhamento das vigas para fibras de aço em quantidade de 40 a 100 kg/m³ para o concreto C30. Para fibras em quantidade de 120 kg/m³, não foi verificado aumento da resistência ao cisalhamento em relação a quantidade de 100 kg/m³;
- (j) foram registrados aumentos crescentes na resistência ao cisalhamento das vigas para as fibras de aço em quantidade de 80 a 120 kg/m³;
- (k) as deformações específicas das barras de aço da armadura longitudinal foram reduzidas com o efeito promovido pelas fibras de aço. A redução dos valores foi mais acentuada para as vigas com concreto de maior resistência à compressão;
- (l) os valores da capacidade resistente das vigas foram estimados com elevada precisão pelas equações da norma brasileira de projeto de estruturas em concreto reforçado com fibras;
- (m) para o concreto C30, a quantidade de fibras de aço de 80 kg/m³ seria suficiente para a substituição da armadura transversal mínima de estribos da viga. Para o concreto C40, nenhum dos grupos analisados demonstrou capacidade resistente suficiente para o uso em substituição da armadura transversal mínima por estribos; e

- (n) o uso de concretos com fibras de aço em substituição a armadura transversal mínima de vigas tem aplicação vantajosa para regiões de congestionamento de armadura e em vigas do tipo chatas embutidas na espessura da laje.

Referências

- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 544.1R-96**: report on fiber reinforced concrete. Michigan, 2009.
- AMIN, A.; FOSTER, S. J. Shear strength of steel fibre reinforced concrete beams with stirrups. **Engineering Structures**, v. 111, p. 323-332, 2016.
- AOUDE, H. *et al.* Response of steel fiber-reinforced concrete beams with and without stirrups. **ACI Structural Journal**, v. 109, 2012.
- ARSLAN, G.; KESKIN, R.; ULUSOY, S. An experimental study on the shear strength of SFRC beams without stirrups. **Journal of Theoretical and Applied Mechanics**, v. 55, n. 4, 2017.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 11768-1**: aditivos químicos para concretos de cimento Portland: parte 1: requisitos. Rio de Janeiro, 2019.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5739**: concreto: ensaio de compressão de corpos de prova cilíndricos. Rio de Janeiro, 2018.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7222**: concreto e argamassa: determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos. Rio de Janeiro, 2011.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR NM 67**: concreto: determinação da consistência pelo abatimento do tronco de cone. Rio de Janeiro, 1998.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 16935**: projeto de estruturas de concreto reforçado com fibras: procedimento. Rio de Janeiro, 2021a.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 16940**: concreto reforçado com fibras: determinação das resistências à tração na flexão (limite de proporcionalidade e resistências residuais): método de ensaio. Rio de Janeiro, 2021b.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: projeto de estruturas de concreto. Rio de Janeiro, 2024.
- BARROS, J. A. O.; FOSTER, S. J. An integrated approach for predicting the shear capacity of fibre reinforced concrete beams. **Concrete Structures**, v. 174, p. 346-357, 2018.
- BONO, G. F. F.; BONO, G.; SANTOS JÚNIOR, M. Evaluation of the replacement of minimum shear reinforcement by steel fibers in reinforced concrete beams. **Ibracon Structures and Materials Journal**, v. 17, n. 4, 2024.
- DINH, H. H.; PARRA-MONTESINOS, G. J.; WIGHT, J. Shear behavior of steel fiber-reinforced concrete beams without stirrup reinforcement. **ACI Structural Journal**, v. 107, n. 5, 2010.
- GIMENES, M. *et al.* Análise numérica e experimental de vigas de concreto reforçado com barras e fibras de aço. **Revista Concreto e Construções**, v. 105, 2022.
- KWAK, Y. K. *et al.* Shear strength of steel fiber-reinforced concrete beams without stirrups. **ACI Structural Journal**, p. 530-538, 2002.
- LANTSOUGHT, E. O. L. Database of shear experiments on steel fiber reinforced concrete beams without stirrups. **Materials**, v. 12, 2019.
- LEITE, A. M.; CASTRO, A. L. Influence of the cementitious matrix on the behavior of fiber reinforced concrete. **Ibracon Structures and Materials Journal**, v. 13, n. 3, p. 543-562, 2020.
- LIM, T. Y.; PARAMASIVAM, P.; LEE, S. L. Shear and moment capacity of reinforced steel-fiber-concrete beams. **Magazine of Concrete Research**, v. 39, n. 140, 1987.
- MINELLI, F.; PLIZZARI, G. A. On the effectiveness of steel fibers as shear reinforcement. **ACI Structural Journal**, v. 110, 2013.

- MUDALU, A. *et al.* The effect of fiber orientation on the post-cracking behavior of steel fiber reinforced concrete under bending and uniaxial tensile tests. **Cement Concrete Composites**, v. 93, n. June, p. 274–288, 2018.
- NZAMBI, A. K. L. L. *et al.* Experimental analysis of steel fiber reinforced concrete beams in shear. **Ibracon Structures and Materials Journal**, v. 15, n.3, 2022.
- RESENDE, T. L. de. **Contribuição dos mecanismos resistentes à força cortante em vigas de concreto armado sem e com fibras de aço**. Rio de Janeiro, 2020. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2020.
- RÉUNION INTERNATIONALE DES LABORATOIRES ET EXPERTS DES MATÉRIAUX. **RILEM TC 162-TDF**: test and design methods for steel fibre reinforced concrete sigma-epsilon-design method. Paris, 2003.
- SAHOO, D. R.; SHARMA, A. Effect of steel fiber content on behavior of concrete beams with and without stirrups. **ACI Structural Journal**, v. 111, p. 1157-1166, 2014.
- SHOAIB, A.; LUBELL, A. S.; BINDIGANAVILE, V. S. Shear response of lightweight steel fiber reinforced concrete members without stirrups. **Materials and Structures**, v. 48, n. 10, 2015.
- SUK, D.; FERRARI, V. Aplicação do concreto reforçado com fibras de aço (CRFA) em vigas submetidas ao cisalhamento. **Ambiente Construído**, v. 24, 2024.
- TSIOULOU, O.; LAMPROPOULOS, A.; PASCHALIS, S. Combined Non-Destructive Testing (NDT) method for the evaluation of the mechanical characteristics of Ultra High Performance Fibre Reinforced Concrete (UHPFRC). **Construction and Building Materials**, v. 131, p. 66–77, 2017.
- VITOR, P. C. P.; SANTOS, A. C.; TRAUTWEIN, L. M. Resistência ao cisalhamento em vigas de concreto armado sem armadura transversal reforçadas com fibras de aço. **Ambiente Construído**, Porto Alegre, v. 18, n. 3, p. 255-270, jul./set. 2018.
- YAKOUB, H. E. Shear stress prediction: steel fiber-reinforced concrete beams without stirrups. **ACI Structural Journal**, v. 103, n. 3, 2011.
- YOO, D.-Y.; YOON, Y.-S.; BANTHIA, N. Predicting the post-cracking behavior of normal- and high-strength steel-fiber-reinforced concrete beams. **Construction and Building Materials**, v. 93, p. 477–485, 2015.
- YOON, Y. *et al.* Replacing stirrups with steel fibers in high-strength concrete beams. In: WORLD CONGRESS IN ADVANCES IN STRUCTURAL ENGINEERING AND MECHANICS, Seoul, 2017. **Proceedings [...]** Seoul, 2017.

Agradecimento

Este estudo foi financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código financeiro 001.

Declaração de Disponibilidade de Dados

Os dados de pesquisa estão disponíveis no corpo do artigo.

Camilla Alonso Oda

Investigação, Metodologia, Redação.

Departamento de Engenharia Civil | Universidade Estadual de Maringá | Av. Colombo, 5790 | Maringá - PR - Brasil | CEP 87020-900 | Tel.: (44) 3011-4040 | E-mail: camillaoda@gmail.com

Jorge Luis Nunes de Góes

Investigação, Metodologia, Validação.

Departamento Acadêmico de Construção Civil | Universidade Tecnológica Federal do Paraná | Via Rosalina Maria dos Santos, 1233 | Campo Mourão - PR - Brasil | CEP 87301-899 | Tel.: (44) 3518-1400 | E-mail: jorgegoes01@gmail.com

Vladimir Ferrari

Conceituação, Análise, Redação.

Departamento de Engenharia Civil | Universidade Estadual de Maringá | E-mail: vladimirjf@hotmail.com

Editor: **Marcelo Henrique Farias de Medeiros**

Ambiente Construído

Revista da Associação Nacional de Tecnologia do Ambiente Construído

Av. Osvaldo Aranha, 99 - 3º andar, Centro

Porto Alegre - RS - Brasil

CEP 90035-190

Telefone: +55 (51) 3308-4084

www.seer.ufrgs.br/ambienteconstruido

www.scielo.br/ac

E-mail: ambienteconstruido@ufrgs.br



This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License.